تشریه علمی «علوم و فناوری می مدافند نوین» سال یازدهم، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۹؛ ص ۲۷۳–۲۶۳

# تحلیل مشخصههای سرد ساختار کند موج مارپیچ دوگانه با ارائه یک مدل ساختاری برای کاربرد در لامپ موج رونده

محسن غلامرضائی<sup>۱</sup>، عماد حمیدی<sup>۲\*</sup>، فرخ حجت کاشانی<sup>۳</sup> ۱- دانشجوی دکتری، ۲- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ۳- استاد دانشگاه علم و صنعت ایران

(دريافت: ۹۷/۰۲/۰۸، پذيرش: ۹۹/۰۲/۳۱)

## چکیدہ

در این مقاله، یک مدل ساده شده بهمنظور محاسبه مشخصه های سرد (سرعت فاز و امپدانس برهمکنش) مارپیچ دوگانه ارائه شده است. این مدل، یک مارپیچ معمولی است که بهاندازه شعاع مارپیچ در جهت شعاعی داخل بدنه جابه جا شده است. مشخصه های بدون پرتو مدل پیشنهادی با استفاده از روش تحلیل میدانی غلاف محاسبه شده است. با توجه به هم مرکز نبودن مارپیچ معمولی و بدنه در مدل پیشنهادی، از قضیه جمع پذیری در نوشتن معادلات میدانهای الکترومغناطیسی استفاده شده است. مقایسه نتایج تحلیلی مدل پیشنهادی با نتایج شبیه سازی مارپیچ دوگانه در بازه فرکانسی GHz ۶-۱، نشان دهنده دقت سرعت فاز مدل پیشنهادی بیش از ۹۴٪ و امپدانس برهمکنش آن بیش از ۸۷٪ است.

كليدواژهها: مارپيچ دوگانه، مدل ساختاري، مشخصههاي سرد، روش غلاف، قضيه جمع پذيري

## Dual Helix Slow Wave Structure Cold Characteristics Analysis Using a Structural Model for Traveling-Wave Tube

M. Gholamrezaei, E. Hamidi\*, F. Hojat Kashani Malek Ashtar University of Technology (Received: 28/04/2018; Accepted: 21/05/2019)

#### Abstract

In this paper, a simplified model for dual helix cold characteristics (phase velocity and interaction impedance) analysis is presented. The model comprises a conventional circular helix with the center being at a distance of its radius from the envelope center. The cold characteristics of the proposed model are calculated using the sheath field analysis approach. Since the centers of the shifted helix and theenvelope of the proposed model are not coincident, the addition theorem is used for electromagnetic equations. Compared to simulation results of the dual helix in the frequency range of 1-6 GHz, the calculated results of the proposed model show the accuracy ranges of more than %94 and %87 for the phase velocity and interaction impedance, respectively.

Keywords: Dual Helix, Structural Model, Cold Characteristics, Sheath Method, Addition Theorem.

\* Corresponding Author E-mail: Emadhamidi@iran.ir

#### ۱. مقدمه

لامپهای تقویت کننده موج رونده دارای کاربردهای مختلفی در حوزههای نظامی و تجاری هستند. از کاربردهای نظامی می توان به سامانههای جنگ الکترونیک و سازگاری الکترومغناطیس ً اشاره نمود [1]. تاکنون، ساختارهای کند موج مختلفی برای استفاده در این لامپها ارائه شده است [۴-۲]. از مارپیچ می توان بهعنوان یک نمونه از پرکاربردترین آنها اشاره نمود که نخستین بار در دهه چهل میلادی در لامپ مورد استفاده قرار گرفت [۵]. در طول این مدت، تعداد زیادی لامپ با مارپیچ معمولی در مقالات ارائه شده است [۷-۶].

در بسیاری از سامانههای راداری، حداقل یک لامپ تقويت كننده موج رونده بهعنوان تقويت كننده توان بالا وجود دارد [۸]. بهطور مشخص، از لامپ تقویت کننده موج رونده مارپیچ در سامانه راداری ناو ASP-147 و موشکهای Patriot استفاده شده است [۹]. از کاربردهای تجاری نیز، میتوان به ماهوارههای مخابراتی اشاره نمود [۸].

در این مقاله، یک مدل ساختاری بهمنظور تحلیل مشخصههای سرد مارپیچ دوگانه آ ارائه شده است. مارپیچهای چندگانه ٔ با هدف افزایش توان متوسط ساختار کند موج مارپیچ معمولی<sup>°</sup>، نخستین بار در [۱۰] معرفی گردید. مزیت عمده نحوه چندگانگی این مارپیچها، عدم نیاز به مقسم توان ٌ در ورودی و جمع کننده توان<sup>۷</sup> در خروجی لامپ موج رونده است. مقسم و جمع کننده توان باعث پیچیدگی طراحی و نیز کاهش ذاتی پهنای باند که مهمترین ویژگی مارپیچ است، میشوند [۱۱]. مارپیچ دوگانه در مقاله قبلی نویسندگان ارائه گردید. همچنین، یک نمونه اولیه از آن به همراه بدنه و دیالکتریکهای نگهدارنده ساخته شد [۱۲].

روشهای مختلفی برای محاسبه مقادیر ویژه و در نهایت پارامترهای سرد (بدون پرتو) ساختارهای کند موج، مانند سرعت فاز و امپدانس برهمکنش وجود دارد. از میان آنها، روشهای با مبنای حل معادله موج با برقراری شرایط مرزی و یافتن ميدانهاى الكترومغناطيسي، كاربرد بيشترى دارند. بهطور خاص،  $^{\circ}$ در مورد مارپیچ معمولی میتوان به دو روش مدلسازی غلاف [۱۳] و نواری ( [۱۵–۱۴] اشاره نمود. استفاده از مدار معادل [۱۶]

و شبیهسازی سهبعدی با استفاده از نرمافزارهایی مانند CST [۱۷] نیز، از دیگر روشهایی است که برای بهدست آوردن مقادیر ویژه مارپیچ و دیگر ساختارهای کند موج استفاده می شود.

محاسبه مقادير ويژه مارپيچ دوگانه بهطور مستقيم، امرى نسبتاً پیچیده است، اما میتوان با ارائه مدلهای مختلف ساختاری و تحلیل آن بجای مارپیچ دوگانه، تقریب مناسبی از مشخصههای آن بهدست آورد.

مدل پیشنهادی یک مارپیچ معمولی است که بهاندازه شعاع مارییچ از مرکز بدنه جابهجا شده است. در این مقاله، بدنه مارییچ دوگانه و مارپیچ معمولی جابهجا شده ٬٬ استوانهایی در نظر گرفته شدهاند. از آنجا که مراکز مارپیچ دوگانه و بدنه آنها بر یکدیگر منطبق نیستند، در مدل پیشنهادی نیز، مرکز مارپیچ و بدنه غیر منطبق بر یکدیگر در نظر گرفته شده است. همچنین، مدل پیشنهادی بهنحوی است که تعداد گامهای آن در واحد طول با مارپیچ دوگانه برابر است.

در بخش (۲)، ویژگیهای مارپیچ دوگانه مورد بحث قرار گرفته است. در بخش (۳)، مدل پیشنهادی معرفی و نحوه مدلسازی تشریح شده است. در بخش (۴)، تحلیل مدل پیشنهادی ارائه شده است. روش استفاده شده برای این منظور، روش تحلیل میدانی غلاف است. با توجه به اینکه مرکز مارپیچ جابهجا شده و بدنه استوانهای مدل بر یکدیگر منطبق نیستند، باید از قضیه جمع پذیری توابع بسل برای برقراری شرایط مرزی استفاده نمود. معادله مشخصه مدل پیشنهادی در این بخش ارائه می شود. در بخش (۵)، سرعت فاز و امپدانس برهمکنش مدل پیشنهادی با محاسبه مقادیر ویژه بهدست آمده و با نتایج شبیهسازی مقایسه میشود.

## ۲. مارييچ دوگانه

مارپیچ دوگانه در شکل (۱) نشان داده شده است. این مارپیچ، نخستین بار در [۱۰] با هدف افزایش توان قابل دستیابی در تقويت كننده موج رونده با ساختار كند موج مارپيچ معمولي ارائه شده است.

در شکل (۱)، a شعاع و P گام مارپیچ است. با توجه به این که مهمترین ویژگی مارپیچ معمولی یعنی پهنای باند قابل توجه آن در مقایسه با دیگر ساختارهای کند موج، دوگانه نمودن ساختار بهنحوی است که این خصیصه تا حد امکان حفظ شود. این امر، بهطور عمده با طراحی ساختار به صورت یک تکه متشکل از دو زير مارپيچ و عدم استفاده از مقسم توان در ورودي و

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Electronic Warfare Systems (EW)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Electronic Countermeasure (ECM)

Dual Helix (DH)

Multi Helix

Conventional Helix <sup>6</sup> Power Divider

<sup>7</sup> Power Combiner

Sheath Methode

<sup>9</sup> Tape Model

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Shifted Conventional Helix (SCH)

ترکیبکننده توان در خروجی مارپیچ دوگانه محقق شده است. چرا که مقسم و ترکیبکننده باعث پیچیدگی طراحی، مشکل تر شدن ساخت و احتمال بسیار زیاد کاهش پهنای باند می شود [۱۱]. همانند مارپیچ معمولی، از مارپیچ دوگانه نیز می توان در لامپهای تقویتکننده [۱۸] و یا نوسانساز [۱۹] موج رونده بهره برد که نوسانسازها موضوع بحث کارهای بعدی خواهند بود.



شکل ۱. مارپیچ دوگانه، الف-نمای مجاور و ب- نمای مقابل [۱۲]

در گزارش دیگری [۱۲]، بهطور تقریباً مفصل به این ساختار پرداخته شده و نتایج شبیهسازی مشخصههای سرد و نیز برخی مشخصههای در حضور پرتو آن مانند توان خروجی اشباع، بازده الکترونیک و سطح هارمونیک دوم در مقایسه با مارپیچ معمولی متناظر با زاویه گام و شعاع یکسان ارائه شده است. همچنین نشان داده شده که توان متوسط بیشینه، به حدود دو برابر نسبت به مارپیچ معمولی (با یک پرتو) میرسد. بهجز مقداری بهبود در کاهش مؤلفه هارمونیک دوم در مارپیچ دوگانه، سایر مشخصههای آن مانند بهره و بازده الکترونیک، تقریباً مانند مارپیچ معمولی متناظر با زاویه گام و شعاع یکسان است.

از نقطه نظر طراحی نیز، مارپیچ دوگانه همانند مارپیچ معمولی بوده و مشخصه فرکانسی آن تابع زاویه گام و شعاع مارپیچ است [۲۰]. بهعبارت دیگر، پارامترهای ابعادی مارپیچ دوگانه برای طراحی فرکانس مرکزی همان پارامترهای مارپیچ معمولی برای آن فرکانس هستند. تاکنون، بهطور عمده لامپهای موج رونده تجاری از نوع مارپیچ معمولی تا فرکانس GHz ساخته شدهاند [۲۱]. البته، در [۲۲] یک نمونه تقویتکننده تجاری در فرکانس ۶۰۰ GHz و در [۳۳] نیز، یک نمونه مارپیچ در فرکانس ۶۵۰ GHz ساخته شده است.

از نقطه نظر توان اشباع قابل دستیابی نیز، حداکثر توان در باند ۴ GHz ۲-۴ حدود W ۱ [۲۴]، بازه ۲۸ ۳۱–۲۸ حدود W ۵۰۰ [۲۵]، بازه ۴۵/۵ GHz–۴۳/۵ حدود W ۲۰۰ [۲۶] و فرکانس ۶۰ GHz حدود W ۴۰ است [۲۰].

## ۳. مدلسازی

در این بخش، مدل پیشنهادی برای محاسبه مشخصههای سرد

مارپیچ دوگانه ارائه می گردد. سطح مقطع مارپیچ دوگانه و بدنه استوانهای آن در شکل (۲)، نشان داده شده است. مارپیچ دارای شعاع a و بدنه دارای شعاع d است.



شکل ۲. سطح مقطع مارپیچ دوگانه با بدنه

نزدیکترین ساختار به مارپیچ دوگانه که میتوان از آن در مدلسازی استفاده نمود، مارپیچ معمولی است. بنابراین، در گام نخست، از یک مارپیچ معمولی استفاده میشود. از آنجا که شعاع مارپیچ، عامل اصلی تعیین فرکانس کاری لامپ است، شعاع مارپیچ مدل برابر شعاع مارپیچ دوگانه انتخاب میشود. همچنین، سرعت فاز در مدل پیشنهادی نیز باید با سرعت فاز در مارپیچ برابر فرض نمودن گام مارپیچ معمولی با مارپیچ دوگانه و دوم، فرض عدم برابری گامها. در شکل (۳)، نمای دوبعدی مارپیچ فرض عدم برابری گامها. در شکل (۳)، نمای دوبعدی مارپیچ با شعاع یکسان و گام متفاوت نسبت به مارپیچ دوگانه نشان داده شده است.



شکل ۳. مارپیچ دوگانه و معمولی متناظر با تعداد حلقههای یکسان در واحد طول

در این شکل، N تعداد حلقهها در واحد طول است. بهمنظور افزایش دقت مدل در حالت اول (برابری گامها)، لازم است فاصله مارپیچ معمولی با بدنه نیز برابر فاصله مارپیچ دوگانه با بدنه باشد.

بنابراین و با توجه به عدم تقارن هر یک از زیرمارپیچهای مارپیچ دوگانه نسبت به بدنه، لازم است مارپیچ معمولی بهاندازه شعاع آن از مرکز بدنه جابهجا شود. در این حالت، شعاع بدنه مارپیچ معمولی نیز، d فرض شده است. در صورت انتخاب حالت دوم (عدم برابری گامها)، میزان جابهجایی از مرکز و همچنین شعاع بدنه باید با یک فرآیند بهینهسازی تعیین شوند که خود می تواند باعث پیچیدگی شود.

در این مقاله، حالت نخست مدلسازی در نظر گرفته شده است. در شکل (۴)، نحوه مدلسازی به صورت واضحتر نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود، با انتقال حلقه های زیرمارپیچ (۲) به سمت زیرمارپیچ (۱) مارپیچ معمولی جابه جا شده به وجود می آید.



شکل ۴. جابهجایی حلقههای زیرمارپیچ (۲) به سمت زیرمارپیچ (۱) و تشکیل یک مارپیچ معمولی جابهجاشده نسبت به مرکز بدنه

در شکل (۵) نیز، سطح مقطع مدل پیشنهادی نشان داده شده است. این مدل میتواند یک تقریب مناسب از مارپیچ دوگانه باشد. حال، با محاسبه مقادیر ویژه مدل بهدستآمده میتوان مشخصههای سرد آن را بهدست آورد.



شکل ۵. سطح مقطع مدل پیشنهادی با بدنه

#### ۴. محاسبه مقادیر ویژه

در این بخش، مقادیر ویژه مدل پیشنهادی محاسبه میشود. در این مقاله، برای بهدست آوردن معادله مشخصه و پس از آن مقادیر ویژه، از روش غلاف که روشی مرسوم برای محاسبه مقادیر ویژه مارپیچ معمولی است، استفاده شده است [۲۷].

#### 1-۴. معادلات ميدانهاي الكترومغناطيسي

در شکل (۶)، مارپیچ جابهجا شده و بدنه استوانهای در دو دستگاه مختصات نشان داده شدهاند. مارپیچ دارای شعاع a و بدنه دارای شعاع b است.

دوم نیز با دستگاه اول با مختصات  $(\rho_1, \varphi_1, z_1)$  و دستگاه دوم نیز با مختصات ( $\rho_2, \varphi_2, z_2$ ) مختصات ( $\rho_2, \varphi_2, z_2$ ) نام گذاری شدهاند. مرکز مارپیچ بر مبدأ دستگاه اول ( $O_1$ ) و مرکز بدنه بر مبدأ دستگاه دوم ( $O_2$ ) منطبق شده است.

بهمنظور تحلیل میدانی مسائل الکترومغناطیس و برقراری شرایط مرزی، تقسیم,بندی ناحیهای بر اساس مرزهای مساله صورت می پذیرد. بر این اساس، مدل پیشنهادی به دو ناحیه تقسیم می شود، ناحیه اول، فضای داخل مارپیچ ( $a > \rho_1 > a$ ) و ناحیه دوم، فضای بین مارپیچ و بدنه ( $a > \rho_1 < a$ ).



شکل ۶. ناحیه بندی مدل در دو دستگاه مختصات

در ناحیه اول، معادلات میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در دستگاه اول، بهصورت روابط (۱) تا (۶) نوشته می شود [۲۸]:

$$E_{\rho 1} = -j\beta\gamma A I_0'(\gamma\rho) e^{-j\beta z} \tag{1}$$

$$E_{\phi 1} = j\omega\mu\gamma B I_0'(\gamma\rho) e^{-j\beta z} \tag{7}$$

$$E_{Z1} = -\gamma^2 A I_0(\gamma \rho) e^{j m \phi} e^{-j \beta z}$$
(7)

$$H_{\rho 1} = -j\beta\gamma B I_0'(\gamma\rho) e^{-j\beta z} \tag{(f)}$$

$$H_{\phi 1} = -j\omega\varepsilon\gamma A I_0'(\gamma\rho) e^{-j\beta z} \tag{(a)}$$

$$H_{z_1} = -\gamma^2 B I_0(\gamma \rho) \ e^{-j\beta z} \tag{(6)}$$

$$E_{\rho 2} = -j\beta\gamma \left[ C_1 K_0'(\gamma \rho_1) + C_2 I_0'(\gamma \rho_1) \right] e^{-j\beta z}$$
(Y)

$$E_{\phi 2} = j \omega \mu \gamma \Big[ D_1 K'_0(\gamma \rho_1) + D_2 I'_0(\gamma \rho_1) \Big] e^{-j\beta z}$$
 (A)

$$E_{Z2} = -\gamma^2 \left[ C_1 K_0(\gamma \rho_1) + C_2 I_0(\gamma \rho_1) \right] e^{-j\beta z}$$
(9)

$$H_{\rho 2} = -j\beta\gamma \left[ D_1 K_0'(\gamma\rho_1) + D_2 I_0'(\gamma\rho_1) \right] e^{-j\beta z} \qquad (1\cdot)$$

$$H_{\phi 2} = -j\omega\varepsilon\gamma \left[C_1 K_0'(\gamma\rho_1) + C_2 I_0'(\gamma\rho_1)\right] e^{-j\beta z} \qquad (11)$$

$$H_{Z2} = -\gamma^2 \left[ D_1 K_0(\gamma \rho_1) + D_2 I_0(\gamma \rho_1) \right] e^{-j\beta z}$$
(17)

در این معادلات، ضرایب A، A،  $C_2$ ،  $D_1$  و  $D_2$  مجهولات مسئله،  $\gamma$  ثابت انتشار عرضی، k ثابت انتشار و  $\beta$  ثابت فاز هستند. رابطه بین این سه کمیت برای یک موج کند به صورت رابطه (۱۳) تعریف می شود [۲۸].

$$\beta^2 - \gamma^2 = k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon \tag{11}$$

در مجموع، در این دو دسته معادله، شش ثابت مجهول وجود دارد. بنابراین، به شش معادله برای یافتن ثابتهای انتشار و فاز نیاز است.

این شش معادله، از برقراری شرایط مرزی الکتریکی و مغناطیسی در مرزهای دو ناحیه و بر اساس روش غلاف که خود یک مدل برای محاسبه مقادیر ویژه مارپیچ معمولی است، بهدست میآیند [۲۹]. بر اساس فرضیات این روش، در مدل غلاف، تنها در جهت پیچش مارپیچ هدایت الکتریکی وجود دارد. بنابراین، میدان الکتریکی در جهت پیچش روی مارپیچ ( $\rho_1 = a$ ) باید برابر صفر بهصورت زیر باشند [۲۸].

$$(E_{z1}\sin\psi + E_{\varphi 1}\cos\psi)\Big|_{\rho_1 = a} = 0 \tag{11}$$

$$\left(E_{z2}\sin\psi + E_{\varphi 2}\cos\psi\right)\Big|_{\rho_1 = a} = 0 \tag{10}$$

 $\tan \psi = \frac{P}{2\pi a}$  و  $\tan \psi = \frac{P}{2\pi a}$  و  $\ln \psi = \frac{P}{2\pi a}$  و  $\pi a$  و  $\pi a$  و P گام مارپیچ است. همچنین میدان الکتریکی عمود بر جهت پیچش (مماس بر مارپیچ) و مغناطیسی مماسی در جهت پیچش باید روی مارپیچ پیوسته باشند، یعنی [۸۲]:

$$(E_{z1}\cos\psi - E_{\varphi 1}\sin\psi)\Big|_{\rho_1 = a}$$
  
=  $(E_{z2}\cos\psi - E_{\alpha 2}\sin\psi)\Big|$  (19)

$$(H_{z1}\sin\psi + H_{\varphi 1}\cos\psi)\Big|_{\rho_1 = a}$$

$$= (H_{z2}\sin\psi + H_{\varphi 2}\cos\psi)\Big|_{\rho_1 = a}$$
(17)

در شکل (۷)، مؤلفههای میدان الکتریکی در جهت پیچش مارپیچ ( $E_{\perp}$ ) مارپیچ ( $E_{\perp}$ ) نشان داده شده است [۲۸].



شکل ۷. مؤلفههای میدان الکتریکی در جهت پیچش مارپیچ  $(E_{\scriptscriptstyle B})$  و عمود بر جهت پیچش مارپیچ  $(E_{\scriptscriptstyle \perp})$  [۲۸]

با قرار دادن روابط (۱۲–۱) در معادلات شرایط مرزی (۱۷–۱۴) در م $\rho_1 = a$  در  $\rho_1 = a$ 

$$-\gamma^{2} \sin \psi I_{0}(\gamma a) A + j \omega \mu \gamma I_{0}'(\gamma a) \cos \psi B = 0 \quad (1 \wedge)$$
$$-\gamma^{2} \sin \psi \left[ C_{1} K_{0}(\gamma a) + C_{2} I_{0}(\gamma a) \right] \qquad (19)$$

$$+ j\omega\mu\gamma\cos\psi \left[ D_1 K_0'(\gamma a) + D_2 I_0'(\gamma a) \right] = 0$$
  
$$-\gamma^2 \cos\psi I_0(\gamma a) A - j\omega\mu\gamma I_0'(\gamma a) \sin\psi B$$

$$+\gamma^{2}\cos\psi\left[C_{1}K_{0}(\gamma a)+C_{2}I_{0}(\gamma a)\right] \qquad (\gamma \cdot)$$

$$+i\omega\mu\gamma\sin\psi\left[D_{1}K_{0}'(\gamma a)+D_{2}I_{0}'(\gamma a)\right]=0$$

$$-j\omega\varepsilon\gamma I'_{0}(\gamma a)\cos\psi A - \gamma^{2}\sin\psi I_{0}(\gamma a)B$$
  
+  $i\omega\varepsilon\gamma\cos\psi [CK'(\gamma a) + CI'(\gamma a)]$  (7)

$$+ \gamma^{2} \sin \psi \left[ D_{1} K_{0}(\gamma a) + D_{2} I_{0}(\gamma a) \right] = 0$$

$$+ \gamma^{2} \sin \psi \left[ D_{1} K_{0}(\gamma a) + D_{2} I_{0}(\gamma a) \right] = 0$$

## ۴-۲. قضیه جمع پذیری

همان طور که ملاحظه می شود، چهار معادله از شش معادله مورد نیاز بر مبنای شرایط مرزی روی مارپیچ نوشته می شود. دو معادله دیگر از برقراری شرایط مرزی میدان الکتریکی مماسی روی بدنه به دست می آیند. این دو معادله عبارتاند از [۸]:

$$E_{Z2}\big|_{\rho_2=b} = 0 \tag{(TT)}$$

$$E_{\varphi 2}\Big|_{\rho,=b} = 0 \tag{(TT)}$$

از آنجا که معادلات میدان در ناحیه دوم (روابط ۱۲–۷)، بر مبنای دستگاه مختصات اول نوشته شده است و شرایط مرزی روی بدنه باید در دستگاه دوم برقرار باشد، باید از قضیه جمع پذیری<sup>۱</sup> به منظور تبدیل دو دستگاه به یکدیگر استفاده نمود. قضیه جمع پذیری، یکی از قضایای پرکاربرد در مسائل الکترومغناطیس به ویژه پراکندگی است [۳۳–۳۰]. صورت این

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Addition Theorem

قضیه برای توابع بسل و هنکل نوع اول بهصورت روابط (۲۴) و (۲۵) است که برای یک منبع خطی با توجه به شکل (۸) نوشته میشود [۳۴].



$$J_{0}(\gamma | \rho_{2} - O_{2}O_{1}|) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(\gamma \rho_{2}) J_{m}(\gamma O_{2}O_{1}) e^{jm(\phi_{2}-\phi)} \text{ for all } \rho_{2} \& O_{2}O_{1}$$

$$(\Upsilon \mathfrak{k})$$

$$H_{0}^{(1)}(\gamma | \rho_{2} - O_{2}O_{1}|) =$$

$$\begin{cases} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(\gamma \rho_{2}) H_{m}^{(1)}(\gamma O_{2} O_{1}) e^{jm(\varphi_{2}-\varphi)} & \text{for } \rho_{2} \leq O_{2} O_{1} \\ \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(\gamma O_{2} O_{1}) H_{m}^{(1)}(\gamma \rho_{2}) e^{jm(\varphi_{2}-\varphi)} & \text{for } \rho_{2} \geq O_{2} O_{1} \end{cases}$$
(Y\Delta)

پس از استفاده از روابط ریاضی تبدیل توابع بسل نوع اول به بسل اصلاحشده نوع اول و هنکل نوع اول به بسل اصلاحشده نوع دوم بهصورت رابطه (۲۶) [۳۴]

$$I_0(x) = J_0(jx)$$
$$i\pi$$

 $K_0(x) = \frac{J\pi}{2} H_0^{(1)}(ix)$ و با جایگزین نمودن  $j\gamma$  بهجای  $\gamma$ ، روابط (۲۴) و (۲۵) بهصورت

روابط (۲۷) و (۲۸) بەدىت مىآيند.  

$$I_0(\gamma | \rho_2 - O_2 O_1 |) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^m I_m(\gamma \rho_2) I_m(\gamma O_2 O_1) e^{jm(\phi_2 - \varphi)} all \rho_2 \& O_2 O_1$$

(79)

$$\begin{split} & K_{0}(\gamma \left| \rho_{2} - O_{2}O_{1} \right|) = \\ & \left\{ \sum_{m=-\infty}^{+\infty} I_{m}(\gamma \rho_{2}) K_{m}(\gamma O_{2}O_{1}) e^{jm(\varphi_{2}-\varphi)} & \text{for } \rho_{2} \leq O_{2}O_{1} \\ & \sum_{m=-\infty}^{+\infty} I_{m}(\gamma O_{2}O_{1}) K_{m}(\gamma \rho_{2}) e^{jm(\varphi_{2}-\varphi)} & \text{for } \rho_{2} \geq O_{2}O_{1} \end{array} \right. \end{split}$$

از مقایسه شکلهای (۶) و (۸)، ملاحظه می شود  $O_2 O_1 = a$ ،  $|\rho_2 - O_2 O_1| = \rho_1$  و  $- \varphi$ . در نتیجه، شرایط مرزی روی بدنه (روابط (۲۳) و (۲۲)) به صورت روابط (۲۹) و (۳۰) به دست می آیند.

$$-\gamma^{2}C_{1}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}I_{m}(\gamma a)K_{m}(\gamma b)e^{jm\varphi_{2}}$$

$$-\gamma^{2}C_{2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^{m}I_{m}(\gamma b)I_{m}(\gamma a)e^{jm\varphi_{2}} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{m=-\infty}^{+\infty}-\gamma^{2}\left\{C_{1}I_{m}(\gamma a)K_{m}(\gamma b)\right\}$$

$$+C_{2}(-1)^{m}I_{m}(\gamma b)I_{m}(\gamma a)\right\}e^{jm\varphi_{2}} = 0$$
(Y9)

$$-\gamma^{3}D_{1}\sum_{m=-\infty}^{\infty}I_{m}(\gamma a)K'_{m}(\gamma b)e^{jm\phi_{2}}$$

$$-\gamma^{3}D_{2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^{m}I'_{m}(\gamma b)I_{m}(\gamma a)e^{jm\phi_{2}} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{m=-\infty}^{+\infty}-\gamma^{3}\left\{D_{1}I_{m}(\gamma a)K'_{m}(\gamma b)\right.$$

$$+D_{2}(-1)^{m}I'_{m}(\gamma b)I_{m}(\gamma a)\right\}e^{jm\phi_{2}} = 0$$
(7.1)

واضح است با توجه به b > a، از معادله دوم رابطه (۲۸) در روابط (۲۹) و (۳۰) استفاده شده است. شش معادله بهدست آمده تشکیل یک دستگاه خطی و همگن بهصورت زیر را میدهند.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ C_2 \\ D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\texttt{T})$$

این دستگاه درصورتی دارای جواب غیر بدیهی است که دترمینان ضرایب آن صفر باشد. به عبارت دیگر، det[A] = 0 (۳۲)

معادله مشخصه مساله است. ضرایب ماتریس A در پیوست آورده شده است.

## ۵. مشخصههای سرد

در این بخش، نتایج تحلیلی مشخصهای سرد مدل پیشنهادی شامل سرعت فاز و امپدانس برهمکنش با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه مقایسه می شود.

## ۵–۱. سرعت فاز

با حل معادله مشخصه، مقادیر γ بهازای فرکانس های مختلف (ω) بهدست میآیند. سرعت فاز مدل با استفاده از مقادیر

بهدست آمده و به کمک رابطه (۱۳) محاسبه می شود. در این قسمت، سرعت فاز بهازای پنج حالت مختلف از پارامترهای ساختار محاسبه و با نتایج شبیه سازی مقایسه شده است.

در شکل (۹)، نتایج تحلیلی بهدستآمده سرعت فاز مدل پیشنهادی بهازای مقادیر گام mm و P=۲، ۲/۵ نشان داده شده و با نتایج حاصل از شبیهسازی مارپیچ دوگانه مقایسه شده است. شعاع مارپیچ و بدنه در هر سه حالت ثابت و برابر mm a=۲ m شعاع مارپیچ و بدنه در هر سه حالت ثابت و برابر mm 5 معاع مارپیچ و بدنه در هر سه حالت ثابت و برابر ma ۲ آمدهاند.



**شکل ۹.** نتایج تحلیلی سرعت فاز مدل ارائهشده بهازای مقادیر مختلفی از جملات m و مقایسه با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه بهازای b=۵ mm ،a=۲ mm، الف-حالت اول با P=۲ mm، ب- حالت دوم با P=۲/۵ mm و ج- حالت سوم P=۳ mm

CST Studio تمامی نتایج شبیهسازی با استفاده از نرمافزار cST Studio بهدست آمدهاند. در شکل (۱۰) نیز، نتایج تحلیلی سرعت فاز مدل پیشنهادی بهازای مقادیر شعاع بدنه mm ۶ و ۵/۵ نشان داده شده و با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه مقایسه شده است.

mm شعاع مارپیچ و گام نیز در این دو حالت ثابت و برابر mm a=۲ و P=۲ mm در نظر گرفته شده است. همان طور که ملاحظه می شود، با افزایش تعداد جملات m، نتایج تحلیلی به نتایج شبیه سازی نزدیک تر می شود.



**شکل ۱۰.** نتایج تحلیلی سرعت فاز مدل ارائهشده بهازای مقادیر مختلفی از جملات m و مقایسه با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه بهازای P=۲ mm ،a=۲ mm، الف- حالت چهارم b=۵/۵ mm ب- حالت ینجم b=۶ mm

در شکل (۱۱)، میزان اختلاف نتایج تحلیلی سرعت فاز بهازای T:۲-=m با نتایج شبیهسازی نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه میشود، در محدوده فرکانسی ۶Hz ۶-۱، اختلاف این دو کمتر از ۶٪ است. این در حالی است که میزان اختلاف در فرکانسهای میانی که برای طراحی ولتاژ پرتو الکترونی استفاده میشوند نیز کمتر از لبههای ابتدایی و انتهایی باند است.



**شکل ۱۱.** اختلاف نتایج تحلیلی سرعت فاز مدل پیشنهادی بهازای m=-۲:۲ با نتایج شبیه سازی مارپیچ دوگانه

در جدول (۱)، اختلاف نتایج تحلیلی با شبیه سازی در دو فرکانس نوعی GHz و ۳/۵ GHz به عنوان دو نمونه فرکانس طراحی ولتاژ پرتو آورده شده است. حداکثر اختلاف به دست آمده در هر دو فرکانس مربوط به حالت چهارم و برابر ۱/۵٪ و ۲٪ است.

جدول ۱. اختلاف نتایج تحلیلی سرعت فاز بهازای m=-۲:۲ با شبیهسازی پنج حالت در دو فرکانس GHz و GHz ۳/۵ GHz

$V_{P}(\%)$ $\Delta$		
$f_0 = \tau/\Delta \ GHz$	$f_0= r GHz$	حالت فركانس
١/٣	٢	# <b>\</b>
• /۶	١	# <b>r</b>
١	• /Y	# <b>r</b>
٢	۱/۵	#۴
١	• /۵	#۵

۵-۲. امپدانس برهمکنش

امپدانس برهمکنش از رابطه (۳۳) بهدست میآید [۲۰].

$$K = \frac{E_{zm}^2(0)}{2\beta^2 P_T} \tag{(TT)}$$

 $P_{T}$  دامنه میدان الکتریکی روی محور مارپیچ و  $P_{T}$  مجموع متوسط توان داخل و خارج مارپیچ (ناحیههای اول و دوم) است. متوسط توان داخل مارپیچ از رابطه زیر بهدست میآید [۲۸].

$$P_{1} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\int_{0}^{a} (E_{\rho 1} H_{\phi 1}^{*} - E_{\phi 1} H_{\rho 1}^{*}) 2\pi \rho d\rho\right]$$
(74)

بهطور مشابه، متوسط توان بین مارپیچ جابهجا شده و بدنه نیز، از رایطه (۳۵) بهدست میآید.

$$P_{2} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \int_{a}^{\sqrt{p^{2} - a^{2} \sin^{2} \phi_{1}} - a \cos \phi_{1}} (E_{\rho 2} H_{\phi 2}^{*} - E_{\phi 2} H_{\rho 2}^{*}) 2\pi \rho d\rho \right]$$
(°\Delta)

در نتیجه، مجموع توان برابر حواهد بود با: (۳۶)

با بازنویسی مؤلفههای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی رابطه (۳۳) بر اساس تنها یک ضریب مجهول، امپدانس برهمکنش

 $P_{T} = P_{1} + P_{2}$ 

#### ساختار محاسبه می شود.

در شکل (۱۲)، نتایج تحلیلی امپدانس برهمکنش مدل پیشنهادی بهازای سه حالت با مقادیر گام mm و ۲، ۲/۹ نشان داده و با نتایج شبیه سازی امپدانس برهمکنش مارپیچ دوگانه مقایسه شده است. در اینجا نیز، شعاع مارپیچ و بدنه در هر سه حالت ثابت و برابر mm ۲=۳ و mm ۵=۵ در نظر گرفته شده و نتایج بهازای جملات ۲:۲- و ۱:۱- ۰۰=m از سری روابط (۲۹) و (۳۰) به دست آمده است.



شکل ۱۲. نتایج تحلیلی امپدانس برهمکنش مدل ارائه شده بهازای مقادیر مختلفی از جملات m و مقایسه با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه بهازای P=7 mm ،a=۲ mm دوگانه بهازای P=۳ mm و ج- حالت سوم با P=۳ mm

در شکل (۱۳) نیز، نتایج تحلیلی امپدانس مدل پیشنهادی بهازای مقادیر شعاع بدنه *R* m و b=۵/۵ (حالتهای چهارم و پنجم) آورده و با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه مقایسه شده است. شعاع مارپیچ و گام در این دو حالت ثابت و برابر mm a=۲ m m شعاع مارپیچ و گام در این دو حالت ثابت و برابر mm ۲ منظور شده است. ملاحظه میشود، افزایش تعداد جملات باعث نزدیکتر شدن نتایج تحلیلی به نتایج شبیهسازی شده است.



**شکل ۱۳.** نتایج تحلیلی امپدانس برهمکنش مدل ارائهشده بهازای مقادیر مختلفی از جملات m و مقایسه با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه بهازای P=۲ mm ،a=۲ mm، الف- حالت چهارم با b=۵/۵ mm ب- حالت پنجم با b=۶ mm

مشابه مقایسهای که بین نتایج تحلیلی و شبیهسازی سرعت فاز انجام گرفت، برای امپدانس برهمکنش نیز این مقایسه انجام گرفته است. نتایج این مقایسه در شکل (۱۴) نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه میشود، در بازه GHZ ۶–۱ میزان اختلاف حدود ۱۳٪ است. در جدول (۲) نیز، مقادیر اختلاف در دو فرکانس نوعی GHz ۳ و GHZ GHZ ۳/۵ بهمنظور طراحی ولتاژ پرتو آورده شده است. حداقل و حداکثر میزان اختلاف در فرکانس SHZ ۳، برابر ۶/۸٪ و ۲/۱۲٪ است که بهترتیب مربوط به حالتهای چهارم و دوم است. حداقل اختلاف در فرکانس به حالتهای چهارم و دوم است. حداقل اختلاف در فرکانس است. حداکثر میزان انتران میزان



**شکل ۱۴**. اختلاف نتایج تحلیلی امپدانس برهمکنش مدل پیشنهادی بهازای ۲:۲-=m با نتایج شبیهسازی مارپیچ دوگانه

سبیه ساری پیچ خالف در دو قر کانس ۵۳۲ و ۵۳۵ ۱/۵		
ΔΚ(%)		
$f_0 = V/\Delta GHz$	$f_0=$ $ meshof{GHz}$	حالت محركانس
٧	٨/٣	# <b>\</b>
١٠	17/7	# <b>r</b>
۹/۸	11	# <b>r</b>
۲/۵	۶/٨	#۴
٩/۶	۲/۵	#۵

جدول۲. اختلاف نتایج تحلیلی امپدانس برهمکنش بهازای m=-۲:۲ با شیمه ازم بنج حالت در دو فرکانی ۳/۸ GHz م ۳/۸

### ۶. نتیجهگیری

در این مقاله، یک مدل ساختاری به منظور تحلیل مشخصههای سرد (سرعت فاز و امپدانس برهمکنش) مارپیچ دوگانه ارائه شد. این مدل، عبارت است از یک مارپیچ معمولی با شعاع و گام برابر با مارپیچ دوگانه که مرکز آن نسبت به مرکز بدنه بهاندازه شعاع مارپیچ جابهجا شده است. با محاسبه مقادیر ویژه مدل ارائهشده با استفاده از روش غلاف بهعنوان یک روش تحلیل میدانی برای محاسبه مشخصههای سرد مارپیچ، سرعت فاز و امپدانس برهمکنش محاسبه شد. با مقایسه نتایج تحلیلی سرعت فاز، امپدانس برهمکنش مدل پیشنهادی با نتایج شبیه سازی مارپیچ مدل ارائهشده تقریب خوبی از مارپیچ دوگانه است. میزان اختلاف مدل ارائهشده تقریب خوبی از مارپیچ دوگانه است. میزان اختلاف برهمکنش در محدوده فرکانسی ۶ GHz ۶-۱، بهترتیب کمتر از ۶٪ و ۲۰۰٪ است.

**پیوست:** عناصر ماتریس ضرایب رابطه (۳۱) بهصورت زیر در نظر گرفته میشوند.

$$A_{11} = -\gamma^2 \sin \psi I_0(\gamma a), \quad A_{12} = j\omega \mu \gamma I'_0(\gamma a) \cos \psi$$
$$A_{13} = A_{14} = A_{15} = A_{16} = 0$$
$$A_{21} = A_{22} = 0$$

- [11] Pozar, D. M. "Microwave and RF Design of Wireless Systems"; New York, NY, USA: Wiley, 2012.
- [12] Gholamrezaei, M.; Hamidi, E.; Kashani, F. H. "∞-Shaped (Lemniscatical) Helix Slow-Wave Structure (LH-SWS) for High-Power Traveling-Wave Tubes"; IEEE Trans. Electron Devices 2018, 65, 2607-2613.
- [13] Shatrov, A. D.; Sivov, A. N.; Chuprin, A. D. "Investigation of Multifilar Helical Antennas with Small Radius and Large Pitch Angle on Basis of Eigenmodes of Infinite Sheath Helix"; Electronics Letters 1994, 30, 1558-1560.
- [14] Kumar, A.; Aditya, S. "Simplified Tape-Helix Analysis of the Planar Helix Slow Wave Structure with Straight-Edge Connections"; IEEE Trans. Electron Devices 2018, 65, 2280-2286.
- [15] Wei, W.; Wei, Y.; Wang, W.; Zhang, M.; Gong, H. "Dispersion Equations of a Rectangular Tape Helix Slow-Wave Structure"; IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques 2015, 63, 1445-1456.
- [16] Pchelnikov, Y. N.; Abe, D. K. "A Novel Millimeter-Wave Structure for Longitudinal Interaction with a Sheet Electron Beam"; IEEE Trans. Electron Devices 2018, 65, 2135-214.
- [17] Safi, D.; Birtel, P.; Meyne, S.; Jacob, A. F. "A Traveling-Wave Tube Simulation Approach with CST Particle Studio"; IEEE Trans. Electron Devices 2018, 65, 2257-2263.
- [18] Fu, C.; Wei, Y.; Gong, Y.; Wang, W. "Simulation of Rectangular Helix Slow-Wave Structure for 140 GHz Traveling-Wave Tube"; IEEE Trans. Plasma Sci. 2016, 44, 1069-1074.
- [19] Abu-elfadl, T. A.; Nusinovich, G. S.; Shkvarunets, A. G.; Carmel, Y.; Antonsen Jr, T. M.; Granatstein, V. L. "Efficiency of Helix Pasotron Backward-wave Oscillator"; IEEE Trans. Plasma Sci. 2002, 30, 1126-1133.
- [20] Gewartowski, J. W.; Watson, H. A. "Principles of Electron Tubes"; D. Van Nostrand, NJ, USA, 1965.
- [21] Chong, C. K.; Davis, J. A.; Le Borgne, R. H.; Ramay, M. L.; Stolz, R. J.; Tamashiro, R. N.; Vaszari, J. P. "Development of High Power Ka-band and Q-band Helix-TWTs"; IEEE Trans. Electron Devices 2005, 52, 653-659.
- [22] Chong, C. K.; Layman, D.; Le Borgne, R. H.; Olivieri, M.; Ramay, M. L.; Stolz, R. J. "Development of High Power Ka/Q Dual-band and Communications/radar Dual-function Helix-TWT"; IEEE Trans. Electron Devices 2009, 55, 913-918.
- [23] Dayton, J. A.; Dayton, J. A.; Kory, C. A.; Mearini, G. T.; Malta, D.; Lueck, M.; Bower, C. A. "A 650 GHz helical BWO"; Proc. IEEE Int. Vac. Electron. Conf., Monterey, CA, 2008.
- [24] L3 Electron Devices "L2086 Helix Traveling Wave Tube"; http://www.L3.com, 2017.
- [25] Chong, C. K. "500 W Ka-band Helix-TWT: Transition from Development to Production"; Proc. IEEE Int. Vac. Electron. Conf., 2009.
- [26] L3 Electron Devices "MMW-band Traveling Wave Tube"; http://www.L3.com, 2017.
- [27] Pierce, J. R. "Traveling-wave Tubes"; D. Van Nostrand, 1950.
- [28] Basu, B. N. "Electromagnetic Theory and Applications in Beam-wave Electronics"; Singapore, World Scientific, 1995.
- [29] Zhang, K.; Li, D. "Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics"; Springer-Verlag, NY, USA, 1998.

$$\begin{split} &A_{23} = -\gamma^{2} \sin \psi K_{0}(\gamma a), \ A_{24} = -\gamma^{2} \sin \psi I_{0}(\gamma a) \\ &A_{25} = j\omega\mu\gamma \cos \psi K_{0}'(\gamma a), \ A_{26} = j\omega\mu\gamma \cos \psi I_{0}'(\gamma a) \\ &A_{31} = -\gamma^{2} \cos \psi I_{0}(\gamma a), \ A_{32} = -j\omega\mu\gamma I_{0}'(\gamma a) \sin \psi \\ &A_{33} = \gamma^{2} \cos \psi K_{0}(\gamma a), \ A_{34} = \gamma^{2} \cos \psi I_{0}(\gamma a) \\ &A_{35} = j\omega\mu\gamma \sin \psi K_{0}'(\gamma a), \ A_{36} = j\omega\mu\gamma \sin \psi I_{0}'(\gamma a) \\ &A_{41} = -j\omega\varepsilon\gamma I_{0}'(\gamma a) \cos\psi, \ A_{42} = -\gamma^{2} \sin\psi I_{0}(\gamma a) \\ &A_{43} = j\omega\varepsilon\gamma \cos\psi K_{0}'(\gamma a), \ A_{46} = \gamma^{2} \sin\psi I_{0}(\gamma a) \\ &A_{45} = \gamma^{2} \sin\psi K_{0}(\gamma a), \ A_{46} = \gamma^{2} \sin\psi I_{0}(\gamma a) \\ &A_{51} = A_{52} = 0 \\ &A_{53} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -\gamma^{2} \left\{ I_{m}(\gamma a)K_{m}(\gamma b) \right\} \\ &A_{54} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -\gamma^{2} \left\{ (-1)^{m}I_{m}(\gamma b)I_{m}(\gamma a) \right\} \\ &A_{55} = A_{56} = 0 \\ &A_{61} = A_{62} = A_{63} = A_{64} = 0 \\ &A_{65} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -\gamma^{3} \left\{ I_{m}(\gamma a)K_{m}'(\gamma b) \right\} \\ &A_{66} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -\gamma^{3} \left\{ (-1)^{m}I_{m}'(\gamma b)I_{m}(\gamma a) \right\} \end{split}$$

#### ۷. مرجعها

- Coaker, B.; Challis, T. "Travelling Wave Tubes: Modern Devices and Contemporary Applications"; Microwave Journal 2008, 32-45.
- [2] Pchelnikov, Y. N.; Abe, D. K. "A Novel Millimeter-Wave Structure for Longitudinal Interaction with a Sheet Electron Beam"; IEEE Trans. Electron Devices 2018, 65, 2135-2141.
- [3] Wang, J.; Shu, G.; Liu, G.; Yang, L. Y.; Luo, Y. "Ultrawideband Coalesced-mode Operation for a Sheet-beam Traveling-wave Tube"; IEEE Trans. Electron Devices 2016, 63, 504–511.
- [4] Kowalski, E. J.; Shapiro, M. A.; Temkin, R. J. "An Overmoded W-band Coupled-cavity TWT"; IEEE Trans. Electron Devices 2015, 62, 1609–1616.
- [5] Kompfner, R. "The Traveling-wave Tube as Amplifier of Microwaves"; Proc. IRE 1947, 35, 124–127.
- [6] Swaminathan, K.; Zhao, C.; Chua, C.; Aditya, S. "Vaneloaded Planar Helix Slow-wave Structure For Application in Broadband Traveling-wave Tubes"; IEEE Trans. Electron Devices 2015, 62, 1017–1023.
- [7] Lucken, J. A. "Some Aspects of Circuit Power Dissipation in High Power CW Helix Traveling-wave Tubes, part I: General Theory"; IEEE Trans. Electron Devices 1969, 16, 813–820.
- [8] Gilmour, A. S. "Principles of Klystrons, Traveling Wave Tubes, Magnetrons, Crossed-field Amplifiers, and Gyrotrons"; Artech House, MA, USA, 2011.
- [9] https://www2.13t.com/edd/old/products/products\_helix.htm
- [10] Gholamrezaei, M.; Razavi, M.; Hamidi, E.; Kashani, F. H. "Multihelix Structure (MHS) for Traveling Wave Tube Power Enhancement"; Proc. 24<sup>th</sup> Int. Iranian Conf. Electrical Eng. (ICEE), Shiraz, Iran, 2016.

Eccentric Circular-elliptic Metallic Waveguides"; IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques 1994, 42, 2128-2138.

- [33] Sebak, A. "Electromagnetic Scattering by Two Parallel dielectric elliptic cylinders"; IEEE Trans. Antennas and Propag. 1994, 42, 1521-1527.
- [34] Balanis, C. A. "Advanced Engineering Electromagnetics"; John Wiley & Sons, Inc. 2012.
- [30] Macphie, R. H.; Wu, K. L. "A Full-wave Modal Analysis of Inhomogeneous Waveguide Discontinuities with Both Planar and Circular Cylindrical Boundaries"; IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques 2001, 49, 1132-1136.
- [31] Yeo, T. "Cutoff Frequencies of an Asymmetrically Loaded Cylindrical Waveguide"; IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques 1998, 46, 1331-1334.
- [32] Roumeliotis, J. A.; Savaidis, S. P. "Cutoff Frequencies of