

شبیه‌سازی قفل‌شدگی مدی به روش مدولاسیون فرکانس در لیزر Nd:YLF و بررسی تأثیر واکوکی بر پارامترهای لیزر

عبداله ملک‌زاده^{۱*}، محمدجواد کامجو^۲، مهدی قائد رحمتی^۳

۱- استادیار، ۲ و ۳- کارشناس ارشد، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

(دریافت: ۹۵/۰۵/۱۰، پذیرش: ۹۶/۰۲/۰۳)

چکیده

امروزه لیزرهای فوق کوتاه در بسیاری از بخش‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. تخریب لایه‌های نازک، تولید ساختارهای سه بعدی، تولید امواج تراهرتز، انواع طیف سنجی نظیر فروشکست القایی لیزر پالس فوق کوتاه و فروشکست القایی فیلامان، جراحی‌های مختلف پزشکی و کاربرد در فیزیک هسته‌ای فقط گوشه‌ای از موارد استفاده این لیزرها می‌باشند. در این مقاله ابتدا پدیده مدولاسیون فرکانس بررسی می‌شود و سپس قفل‌شدگی مدی فعال توسط مدولاسیون فرکانس مورد بررسی نظری قرار داده می‌شود. در واقع این روش برای تولید پالس‌های فوق کوتاه با مدوله کردن تلفات کاواک و یا تغییرات فاز در یک رفت و برگشت درون کاواک است. این کار با استفاده از مدولاتور آکوستوآپتیکی و مدولاتور الکتروآپتیکی انجام می‌شود. همچنین شبیه‌سازی برای این قفل‌شدگی مدی در لیزر Nd:YLF به روش خود سازگار انجام می‌شود. در این روش فرض می‌شود که شکل پالس، در یک رفت و برگشت درون مشدد، تغییر نمی‌کند و پالس گاوسی اولیه، گاوسی باقی خواهد ماند. پالس‌هایی کوتاه‌تر از ۴۰ پیکوثانیه با انرژی ۱۲۰ نانوجول و نرخ تکرار ۲۵۰ مگاهرتز از نوسانگر طراحی شده به دست آمدند.

کلیدواژه‌ها: حل خودسازگار، قفل‌شدگی، مدولاسیون فرکانس

Simulation of Frequency Modulation Mode-locking in a Nd:YLF Laser and Investigation of Detuning Influence on the Laser Parameters

A. Malakzadeh*, M. J. Kamjoo, M. Ghaed Rahmati

Imam Hossein University

(Received: 31/07/2016; Accepted: 23/04/2017)

Abstract

Today, ultrashort pulse lasers are employed in many branches of science and technology. Surface coating destruction, three dimensional micro or nano-structuring, terahertz wave generation and various spectroscopic techniques such as: ultrashort pulse laser induced breakdown spectroscopy, filament induced breakdown spectroscopy, and also different and several applications in nuclear physics are a portion of ultrashort pulse lasers utilizations. In this work, frequency modulation is firstly overviewed and then active mode-locking using the modulation is investigated in details. The modulation is in fact employed for ultrashort pulse generation by cavity loss modulation or phase changes modulation in a round trip. This can be done using an acousto-optical modulator or an electro-optical modulator. Later the mode-locking in a Nd:YLF laser cavity implementing self-consistent method is simulated. Ultrashort pulses shorter than 40ps with 120nJ energy and a rate of 250MHz are output of the designed oscillator.

Keywords: Frequency Modulation, Mode-locking, Self-consistent.

*Corresponding Author E-mail: afard77@gmail.com

۱. مقدمه

سالهاست که لیزرهای فوق کوتاه به طور گسترده‌ای در آزمایشگاه‌ها برای موارد مختلف علمی تحقیقاتی استفاده می‌شوند و کاربرد آن‌ها بسیار متداول شده است. مدتی است که به تدریج این لیزرها در زندگی روزمره مورد استفاده قرار گرفته‌اند و کاربردهای صنعتی آن‌ها روز افزون می‌گردد. در حال حاضر استفاده‌های نظامی، پزشکی و صنعتی از لیزرهای فوق کوتاه در حال توسعه است و کاربردهای نظامی آن به دقت در تشخیص‌ها و قدرت در تخریب کمک فراوان کرده است.

علم پدیده‌های فوق سریع منجر به تولید منابعی با شدت بالا و طول عمر فوق کوتاه شده است. به طور نمونه، می‌توان به لیزرهای حالت جامد اشاره کرد که می‌توانند پالس‌های شدت بالا با طول عمر فوق کوتاه تولید کنند. در میان این لیزرها، لیزر تیتانیوم سافایر بیشترین برجستگی را در تولید پالس‌های فوق کوتاه ایفا کرده است.

بسیار کوتاه بودن عمر این پالس‌ها به دانشمندان و محققان این امکان را می‌دهد که بتوانند پدیده‌های فوق سریع را آشکارسازی و آثار آن‌ها را مطالعه کنند و به اصحاب دانش فنی این امکان را می‌دهد که از این فوق سریع بودن برای کاربردهایی که قله توان بالا در عین کوتاهی طول عمر این توان احتیاج است، استفاده نمایند. مثلاً در سوراخکاری‌هایی که حرارت لیزر پیوسته یا پالسی با طول عمر کوتاه به محیط تنش و آسیب می‌زند، این پالس‌های فوق کوتاه سوراخ‌های تمیز و بدون تنش و کرنش ایجاد می‌کنند. به همین شکل در ساخت ساختارهای سه بعدی، نمونه ساخته شده با دقت بسیار زیاد در عین حال بدون تنش و کرنش حرارتی می‌باشد. همچنین قله توان بسیار بالای این پالس‌ها معمولاً از مرتبه 10^{12} (ترا) وات و بالاتر می‌باشد که قابلیت انهدام و تخریب بسیاری از سطوح و لایه‌های نازک بسیار سخت را دارد.

از لیزرهای فوق سریع برای کاربردهایی همچون اندازه‌گیری رویدادهای فوق سریع، تخریب هدایتگر الکتروپتیک موشک‌ها، طیف سنجی‌های متنوع، تولید امواج تراهرتز، تشکیل و کاربردهای پلاسما، ساخت میکروساختارهای سه بعدی، تولید انرژی، شتاب دهنده‌های نوین، ماشین کاری، سوراخکاری، فاصله یابی فوق دقیق، ارتباطات فوق سریع، شاخه‌های مختلف پزشکی از قبیل چشم پزشکی، جراحی گوش، اعصاب، پوست، ساخت استنت^۱های پزشکی مورد استفاده در بعضی جراحی‌ها مانند جراحی قلب، گوش، اعصاب و ... استفاده می‌شود.

پدیده قفل‌شدگی مد فرآیندی کاملاً شناخته شده است که از آن برای تولید پالس‌های فوق کوتاه استفاده می‌شود. قفل‌شدگی مد به دو روش فعال و غیر فعال صورت می‌گیرد.

در روش قفل‌شدگی مد غیر فعال، تابش درون کاواک به همراه جاذب اشباع‌پذیر، مدولاسیون دوره‌ای ایجاد می‌کند که منجر به رابطه ثابتی بین فاز مدهای طولی می‌شود. جاذب‌های اشباع‌پذیر به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- جاذب‌هایی که ضریب شکست مؤثر غیر خطی در مواد اپتیکی را به همراه سازوکار اتلافی وابسته به مکان به کار می‌گیرند مانند روش عدسی کر [۳-۱].

۲- جاذب‌های اشباع‌پذیر با تعداد مراکز جذب محدود، مانند مواد آلی رزینهای و یا نیم‌رساناها [۴].

در روش قفل‌شدگی مد فعال، مدولاتورفرکانس^۲ یا دامنه^۳، مدولاسیون فرکانسی یا دامنه‌ای ایجاد می‌کند که دقیقاً جدایی فرکانس مدهای طولی مجاور است. در این مقاله به جای روش معمول انجام تحلیل در حوزه فرکانس یا مد جفت شده، از حوزه زمان استفاده می‌شود.

پالس فوق کوتاهی درون کاواک فرض می‌شود، به طوری که این پالس از درون محیط فعال و مدولاتور عبور کند. فرض می‌شود که پالس به صورت گاوسی است و شکل خط اتمی و توابع مدولاسیون، در داخل کاواک پالس را به صورت گاوسی حفظ کنند. مشاهدات تجربی در مورد لیزر Nd:YAG نشان می‌دهد که این تقریب کاملاً مناسب است [۸-۵].

۲. قفل‌شدگی مد و پارامترهای لیزر

هنگامی که لیزر در حالت معمول خود در حال کار می‌باشد، در تمامی فرکانس‌های تشدید کاواک که بهره اشباع نشده آن‌ها از اتلاف درون کاواک بیشتر باشد، نوسان می‌کند. این فرکانس‌ها همان مدهای طولی لیزر می‌باشند. درون کاواک بین این مدهای طولی مختلف رقابت برای تقویت شدن وجود دارد که این رقابت باعث افت و خیز زیاد در فاز نسبی این مدها می‌شود که این به نوبه خود افت و خیز زیاد در شدت خروجی از لیزر را توجیه می‌کند؛ بنابراین خروجی لیزر الزاماً شدت ثابتی ندارد و توزیع زمانی آن به رابطه فازی بین این مدهای طولی با یکدیگر بستگی دارد. اگر بین مدهای طولی درون کاواک لیزر رابطه فازی نامشخص و یا تصادفی برقرار باشد، توزیع زمانی شدت لیزر دارای افت و خیز تصادفی و تغییرات بی‌قاعده می‌باشد. تحت این شرایط که به نوسان رانش آزاد نیز مشهور است شدت خروجی هم در حوزه

^۲ Frequency Modulation (FM)

^۳ Amplitude Modulation (AM)

^۱ Stent

معادله کلی زیر بیان کرد:

$$S(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad (1)$$

این موج دارای دامنه A_c و فرکانس حامل f_c است.

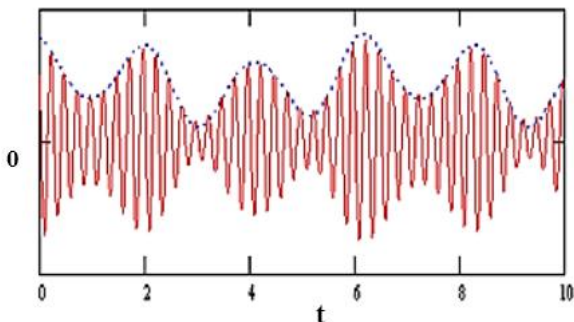
در شکل (۳) سیگنالی نشان داده شده که مدولاسیون دامنه شده است. در مدولاسیون دامنه تنها دامنه حامل تغییر می‌کند و مقادیر فاز و بسامد بدون تغییر باقی می‌مانند.

هر روش مدولاسیون دیگری که زاویه را به جای دامنه تغییر دهد، مدولاسیون فاز نامیده می‌شود. زاویه تشکیل شده از دو قسمت است:

۱- قسمت فاز

۲- قسمت فرکانس

مدولاسیونی که فاز را تغییر دهد مدولاسیون فاز (PM^1) و آنکه فرکانس را تغییر دهد مدولاسیون فرکانس (FM) نامیده می‌شود.



شکل ۳. حاملی که توسط یک سیگنال متنی آنالوگ به صورت AM مدوله شده است

حال با اضافه کردن بخش متغیر با زمان به فرکانس حامل، فرکانس تغییر داده می‌شود.

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) \quad (2)$$

که در آن، f_c بسامد حامل مدوله نشده، k_f ضریب مقیاس بندی و $m(t)$ سیگنال مدوله کننده است. عبارت $k_f m(t)$ را می‌توان یک انحراف از فرکانس حامل نامید. هنگامی که فرکانس لحظه‌ای به زمان وابسته باشد پالس را چرپیده می‌نامند. حال معادله زیر را که بیانگر ارتباط بین فاز و فرکانس است بیان می‌شود:

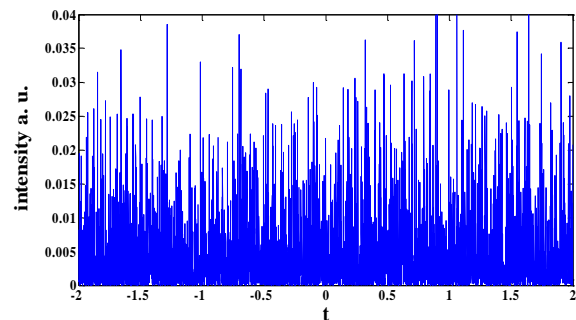
$$\theta(t) = 2\pi \int_{-\infty}^t f_i(t) dt \quad (3)$$

حال به سیگنال مدوله شده فرکانسی نگاه کنید:

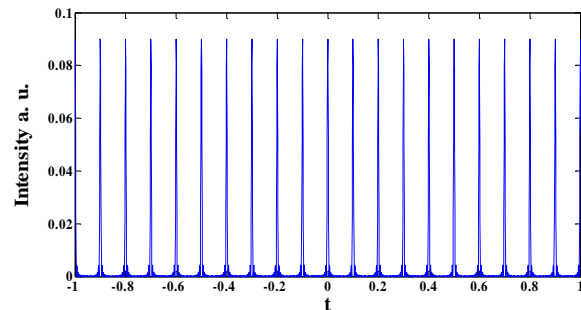
$$s(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt\right) \quad (4)$$

زمان به صورت شکل (۱) است. مقصود از قفل کردن مدهای درون کاواک، ایجاد یک رابطه فازی معین بین این مدهاست که در طول زمان تغییر نمی‌کند. وقتی فاز نسبی مدهای طولی در زمان ثابت ماند چنان است که مدها فاز خود را به هم قفل کرده‌اند و خروجی لیزر به صورت قطار پالس با نرخ تکرار مشخص متناسب با طول کاواک خواهد بود. در این حالت تمرکز انرژی درون کاواک در یک نقطه (بسته موج) اتفاق می‌افتد.

هنگامی که مدهای لیزر قفل می‌شوند، در واقع رابطه فازی منظمی بین مدها برقرار می‌شود در این صورت شدت خروجی به صورت فوق در می‌آید (شکل ۲).



شکل ۱. توزیع شدت خروجی از کاواک لیزر هنگامیکه فاز نسبی مدهای طولی آن رابطه فازی نامعین و تصادفی دارند



شکل ۲. توزیع شدت خروجی از کاواک لیزر هنگامیکه فاز نسبی مدهای طولی آن رابطه فازی معین دارند (قطار پالس).

۳. مدولاسیون

مدولاسیون عبارت است از قرار دادن اطلاعات بر روی یک موج الکترومغناطیس (یک حامل). این فرآیند می‌تواند به صورت آنالوگ یا دیجیتال باشد. مدولاسیون توسط تغییر سه پارامتر از حامل سینوسی ایجاد می‌شود [۹-۱۰]:

۱- نگاشت اطلاعات بر دامنه حامل

۲- نگاشت اطلاعات بر فاز حامل

۳- نگاشت اطلاعات بر فرکانس حامل

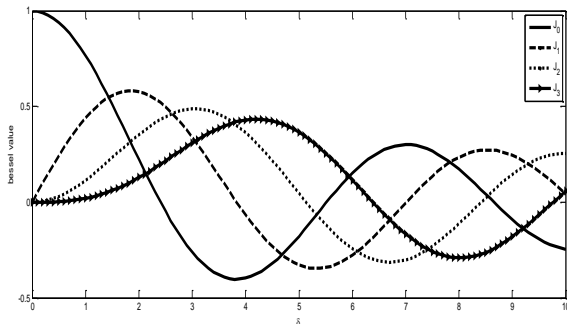
در حالت کلی یک حامل به شکل سینوسی را می‌توان با

¹ Phase Modulation

تابع بسل مرتبه صفر و نوارهای کناری در هر طرف حامل است که دارای جدایی‌های هماهنگ $\omega_m, 2\omega_m, 3\omega_m, \dots$

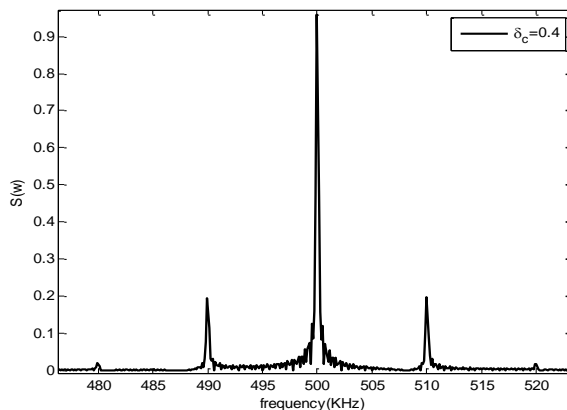
$$s(t) = J_0(\delta_c) \cos(\omega_c t) - J_1(\delta_c) [\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t] + J_2(\delta_c) \times [\cos(\omega_c - 2\omega_m)t - \cos(\omega_c + 2\omega_m)t] + \dots \quad (12)$$

است. هر کدام از این مؤلفه‌ها یک تابع بسل به عنوان دامنه‌اش دارد. برای مقادیر مشخصی از δ_c می‌توانید ببینید که J_0 می‌تواند صفر باشد. در این صورت هیچ حاملی وجود ندارد و تمام توان در نوارهای کناری است. برای حالت $\delta_c=0$ که به معنای آن است که هیچ مدولاسیونی وجود ندارد، تمام توان در سیگنال حامل است و تمام مقادیر تابع بسل نوارهای کناری صفرند. حال برای درک بهتر مدولاسیون FM چند مثال با مقادیر مختلف δ_c ارائه می‌شود.



شکل ۴. نمودار تابع بسل نوع اول از مرتبه‌های $3, 2, 1, 0$ بر حسب ضریب مدولاسیون

شکل (۵) یک سیگنال FM را نشان می‌دهد که ناشی از یک سیگنال مدوله‌ساز 10 KHz ، ضریب مدولاسیون 0.4 و فرکانس مرکزی 500 KHz است. برای این مورد تنها یک جفت از نوارهای کناری با توان قابل قبول وجود دارد. این نوع از سیگنال FM بیانگر تعریفی از مدولاسیون فرکانس نوار باریک است که $0.5 \leq \delta_c$ پهنای نوار ایجاد شده توسط این سیگنال FM تقریباً برابر با سیگنال AM است.



شکل ۵. سیگنال FM با پهنای نوار کم

فاز این سیگنال به صورت زیر می‌باشد:

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(t) dt \quad (5)$$

اگر مدوله کننده سینوسی با فرکانس f_m تعریف شود:

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \quad (6)$$

فاز نهایی سیگنال مدوله شده FM به صورت زیر خواهد بود:

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + \frac{k_f}{2\pi f_m} A_m \sin(2\pi f_m t) \quad (7)$$

حال فرکانس‌ها بر حسب فرکانس زاویه‌ای مرتب می‌شود و برای سادگی $A_c=1$ در نظر گرفته می‌شود:

$$s(t) = \cos(\omega_c t + \delta_c \sin \omega_m t) \quad (8)$$

که $\delta_c = \frac{k_f}{2\pi f_m} A_m$ ضریب مدولاسیون می‌باشد. با استفاده از روابط مثلثاتی خواهیم داشت:

$$s(t) = \cos(\omega_c t + \delta_c \sin \omega_m t) = \cos \omega_c t \cos(\delta_c \sin \omega_m t) - \sin \omega_c t \sin(\delta_c \sin \omega_m t) \quad (9)$$

حال عبارات $\cos(\delta_c \sin \omega_m t)$ و $\sin(\delta_c \sin \omega_m t)$ را می‌توان به صورت زیر بسط داد [۱۱]:

$$\cos(\delta_c \sin \omega_m t) = J_0(\delta_c) + 2J_2(\delta_c) \cos(2\omega_m t) + 2J_4(\delta_c) \cos(4\omega_m t) + \dots \quad (10)$$

$$\sin(\delta_c \sin \omega_m t) = 2J_1(\delta_c) \sin(\omega_m t) + 2J_3(\delta_c) \sin(3\omega_m t) + 2J_5(\delta_c) \sin(5\omega_m t) + \dots \quad (11)$$

در دو رابطه فوق J ها نشان دهنده توابع بسل هستند و توابعی با ضریب مدولاسیون δ_c هستند. این توابع در اکثر مواقعی که تحلیل سیگنال‌های هارمونیک انجام می‌شود، مشاهده می‌شوند و بر خلاف ظاهرشان بسیار مفید و کار با آن‌ها آسان است. در اینجا تعداد زیادی از این توابع وجود دارند که نوع اول هستند و مرتبه آن‌ها n است. به دلیل این‌که تابع کسینوس یک تابع زوج است، بسط کسینوسی تنها شامل هارمونیک‌های زوج ω_m و چون تابع سینوسی فرد است، بسط آن تنها شامل جملات فرد ω_m است. شکل (۴)، چهار عدد از توابع بسل را با افزایش مرتبه آن‌ها نشان می‌دهد. محور x ها ضریب مدولاسیون δ_c است و محور y مقدار تابع بسل است.

بنابراین حامل‌های FM مقادیر دامنه خود را از این توابع به دست می‌آورند. حال معادلات (۱۰ و ۱۱) را در رابطه (۹) قرار داده می‌شود و با مقداری محاسبات مثلثاتی به معادله (۱۲) می‌رسید. باید توجه داشت که این عبارت تنها پاسخ به یک موج سینوسی تک فرکانس است. این سیگنال شامل حاملی با دامنه

$$f_{m0}(\text{FM}) = 1 / \left[\frac{2L}{c} \pm 2 \left(\frac{\delta_c}{\pi} \right) \frac{\lambda_a}{c} + \frac{2g_0}{\Delta\omega} \right] \quad (17)$$

دو عبارت آخر در مقایسه با $\frac{2L}{c}$ کوچک اند، بنابراین فرکانس مدولاسیون تقریباً برابر با $\frac{c}{2L}$ است. باید توجه داشت که دو جواب ممکن می‌توان برای مدولاسیون فرکانس وجود داشته باشد.

۴. بررسی پارامترهای لیزر در حضور واکوکی

واکوکی به عنوان جابه‌جایی فرکانسی از فرکانس قفل‌شدگی ایده آل (f_{m0}) تعریف می‌شود و توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\Delta f_m = f_{m0} - f_m \quad (18)$$

باید توجه داشت که Δf_m برای $f_m < f_{m0}$ منفی است و بالعکس.

هنگامی که فرکانس مدولاتور را از فرکانس ایده‌آل خارج کنید، پالس‌ها از درون مدولاتور با زاویه‌ای فازی θ خارج از بازه نهایی تغییرات عبور می‌کنند. پالس‌ها اکنون جابه‌جایی دوپلری را تجربه می‌کنند و در عبورهای متوالی از درون مدولاتور، فرکانس نوری پالس‌ها جابه‌جا می‌شود تا اینکه به حالت تعادل برسد که در آن نقطه جابه‌جایی دوپلری مدولاتور توسط یک جابه‌جایی دوپلری ایجاد شده توسط محیط فعال (با اندازه یکسان ولی علامت مخالف) خنثی می‌شود. اکنون پالس دارای فرکانس ω_p است و بنابراین $\omega_a = \omega_p + v$ که v جابه‌جایی فرکانسی پالس می‌باشد. فرض بر آن است که واکوکی خیلی بزرگ نیست و لیزر همچنان قفل شده مدی باقی بماند. برای واکوکی‌های بزرگ‌تر، خروجی لیزر به سیگنال لیزری نوع FM تبدیل می‌شود [۱۰]. حال با حل خودسازگار مسئله و با کمی محاسبات ریاضی می‌توان نشان داد که پهنای باند و طول عمر پالس در حضور واکوکی به شکل زیر درمی‌آید [۶]:

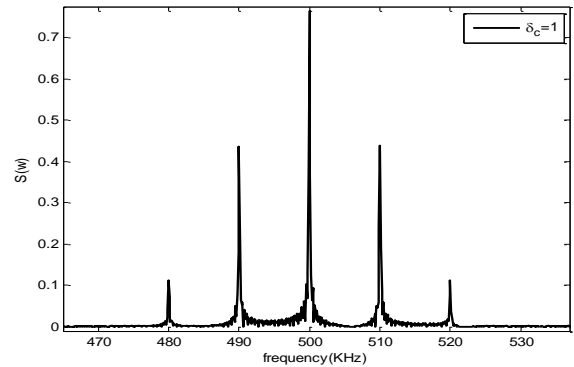
$$\tau_{p0}(\text{FM}) = \frac{\sqrt{2\ln 2}}{\pi} \left(\frac{g}{\delta_c \cos\theta} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{1+4\eta^2} \right)^{3/8} \left(\frac{1}{f_m \Delta f \cos\psi} \right)^{1/2} \quad (19)$$

$$\Delta f_{p0}(\text{FM}) = \sqrt{2\ln 2} \left(\frac{\delta_c \cos\theta}{g} \right)^{1/4} (1+4\eta^2)^{3/8} \left(\frac{f_m \Delta f}{\cos\psi} \right)^{1/2} \quad (20)$$

که در روابط داریم:

$$\psi = \mp \frac{\pi}{4} + \frac{3}{4} \tan^{-1}(2\eta) \quad (21)$$

همچنین شکل (۶) بیانگر یک سیگنال FM با $\delta_c=1$ است که دو جفت از نوارهای کناری با توان قابل قبول وجود دارد.



شکل ۶. سیگنال FM با پهنای نوار بزرگ‌تر

در این قسمت یک پالس گاوسی چیرپ شده در نظر گرفته می‌شود که درون تشدیدگر یک رفت و برگشت کامل انجام می‌دهد میدان الکتریکی این پالس به صورت زیر است:

$$E(t) = \frac{1}{2} E_0 \exp(-\alpha^2) \exp[j(\omega_p t + \beta t^2)] \quad (13)$$

که در آن، α نشان دهنده شکل گاوسی و عبارت βt^2 شیفت فرکانس خطی در طول پالس می‌باشد. به سادگی می‌توان نشان داد که پهنای باند و طول عمر پالس به صورت زیر با پارامترهای لیزر رابطه دارند [۲]:

$$\tau_{p0}(\text{FM}) = \frac{\sqrt{2\sqrt{2\ln 2}}}{\pi} \left(\frac{g_0}{\delta_c} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{f_m \Delta f} \right)^{1/2} \quad (14)$$

$$\Delta f_{p0}(\text{FM}) = \sqrt{2\sqrt{2\ln 2}} \left(\frac{\delta_c}{g_0} \right)^{1/4} (f_m \Delta f)^{1/2} \quad (15)$$

که در آن، g_0 بهره اشباع نشده، δ_c عمق مدولاسیون، f_m فرکانس مدولاسیون و Δf پهنای خط لیزر می‌باشد. اندیس صفر در روابط فوق برای حالتی است که مدولاتور دچار واکوکی نشده است. از دو رابطه فوق می‌توان نتایج زیر را استخراج کرد:

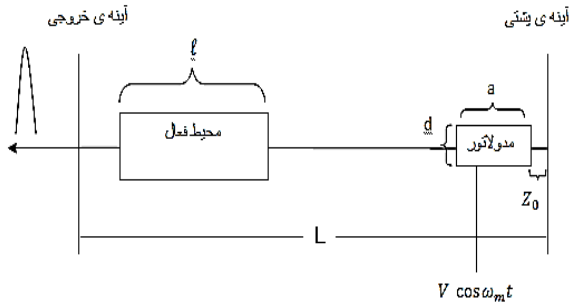
۱- حاصل ضرب پهنای باند و طول عمر پالس عبارت است از:

$$\tau_{p0}(\text{FM}) \cdot \Delta f_{p0}(\text{FM}) = 0.626 \quad (16)$$

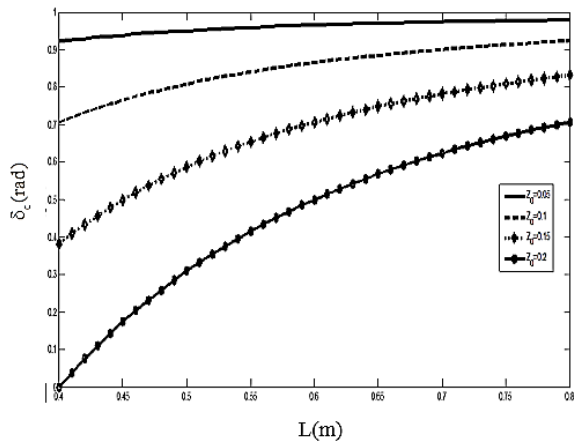
۲- طول عمر پالس به طور مستقیم با $(\delta_c)^{1/4}$ متناسب است و از آنجایی که δ_c متناسب با ریشه دوم P_m (توان RF درون مدولاتور)، پس $\tau_{p0}(\text{FM}) \propto P_m^{1/8}$ ؛ بنابراین طول عمر پالس با افزایش توان راه‌انداز مدولاتور، به آرامی افزایش می‌یابد. در حالی که طول عمر پالس با $(f_m \Delta f)^{1/2}$ نسبت عکس دارد. فرکانس مدولاسیون را می‌توان به صورت دقیق به صورت زیر بیان کرد:

که با افزایش طول مشدد عمق مدولاسیون زیاد می‌شود. چرا که با افزایش طول مشدد تأثیر فاصله Z_0 کاهش می‌یابد. می‌بینید که با افزایش فاصله مدولاتور از آینه پشتی ضریب جفت‌شدگی به سرعت کاهش می‌یابد. همچنین برای مقادیر کوچکی از Z_0 ضریب جفت‌شدگی تقریباً مستقل از طول مشدد است و به یک همگرا می‌شود. اگر طول عنصر اختلالی در مقایسه با طول کلی مشدد نوری ناچیز باشد ($a/L \ll 1$) آنگاه خواهید داشت:

$\delta_m \approx \cos\left(\frac{\pi Z_0}{L}\right) \delta_m$. پس قرارگیری هر چه نزدیک‌تر عنصر به آینه پشتی مطلوب به نظر می‌رسد. در این صورت ضریب جفت‌شدگی δ بسیار نزدیک به قله تأخیر فاز یک بار عبور عنصر اختلالی است که به راحتی قابل اندازه‌گیری است. این نکته را باید در نظر گرفت که اگر عنصر اختلالی کوچک نباشد، تغییرات فضایی آن می‌تواند مهم باشد.



شکل ۷. مشدد لیزر به همراه بلور اختلال فاز



شکل ۸. ضریب جفت‌شدگی بر حسب طول مشدد برای فواصل مختلف مدولاتور از آینه

در شکل (۹) پهنای نوار لیزر قفل‌شدگی مد بر حسب ضریب جفت‌شدگی رسم شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود پهنای نوار قفل‌شدگی مدی با افزایش ضریب جفت‌شدگی در فرکانس مدولاسیون ۲۵۰ MHz افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ضریب جفت‌شدگی پهنای زمانی پالس کاهش می‌یابد، بنابراین در بهترین حالت می‌توان با در نظر گرفتن ضریب جفت‌شدگی ۱ رادیان برای کاواک با طول ۶۰ سانتی‌متر،

$$\cos\theta = \sqrt{4\left(\frac{g}{\delta_c}\right)^2 \left[\frac{\eta^4}{(1+4\eta^2)^5 \cos^4\psi} \right] + 1} \quad (22)$$

$$-2\left(\frac{g}{\delta_c}\right)^2 \left(\frac{\eta^2}{(1+4\eta^2)^{5/2} \cos^2\psi} \right)$$

$$f_m = 1 / \left[2L/c \pm 2\left(\frac{\delta_c}{\pi}\right) \frac{\lambda_a}{c} \cos\theta + \frac{2g(1-4\eta^2 + 4\eta \tan\psi)}{\Delta\omega(1+4\eta^2)^2} \right] \quad (23)$$

که در آن ها، $\eta = \frac{v}{\Delta\omega}$ جابه‌جایی فرکانس مرکزی ω_p است که به پهنای خط اتمی $\Delta\omega$ به‌هم‌چراغ شده است. در همه روابط فوق علامت بالایی نشان‌دهنده مد مثبت و پایینی مد منفی است. همچنین می‌توان نشان داد نسبت توان خروجی لیزر قفل‌شده مدی در حضور واکوکی به توان خروجی لیزر قفل‌شده مد ایده‌آل به صورت زیر است:

$$\frac{P_{ml}(\Delta f_m)}{P_{ml}(0)} = \left[R_p \frac{g_f}{g} - 1 \right] \left[1 - \frac{1}{2 \ln 2} \left(\frac{\Delta f_p}{\Delta f} \right)^2 \right] \quad (24)$$

$$\left[R_p \frac{g_f}{g} - 1 \right] \left\{ \left(\frac{1}{1+4\eta^2} \right) \left[1 - \frac{1}{2 \ln 2 (1+4\eta^2)} \left(\frac{\Delta f_p}{\Delta f} \right)^2 \right] \right\}$$

که در آن، R_p توان دمش به‌هم‌چراغ شده برای لیزر رانش آزاد g_f و g_0 و g به ترتیب بهره‌های یک بار عبور اشباع شده از محیط فاعل برای لیزر رانش آزاد، لیزر قفل‌شده مدی بدون واکوکی و لیزر قفل‌شده مدی با واکوکی است.

۵. شبیه‌سازی عددی و بررسی نتایج

تحقیقات نظری و تجربی در مورد مدولاسیون فرکانس و دامنه در لیزرهای حالت جامد انجام شده است [۱۵-۱۲]. شبیه‌سازی در این مقاله برای لیزر Nd:YLF با اتلاف ده درصد در هر رفت و برگشت، طول کاواک ۶۰ سانتی‌متر، فرکانس مدولاسیون ۲۵۰ MHz و میزان واکوکی ۱ MHz می‌باشد. همچنین عنصر اختلالی مورد نظر LiNbO₃ در نظر گرفته شده است.

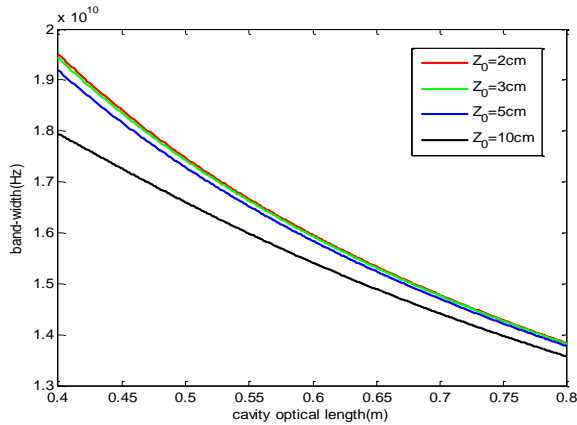
در شکل (۷) مشدد لیزر به همراه مؤلفه‌های مورد نیاز برای مدولاسیون فرکانس نشان داده شده است. در شکل (۸) ضریب جفت‌شدگی بر حسب طول مشدد برای فواصل مختلف مدولاتور از آینه پشتی رسم شده است.

در ترسیم این شکل فرض شده که طول بلور مدوله‌کننده ۲ cm و قله اختلال فاز برابر با ۱ rad باشد. طبق شکل می‌بینید

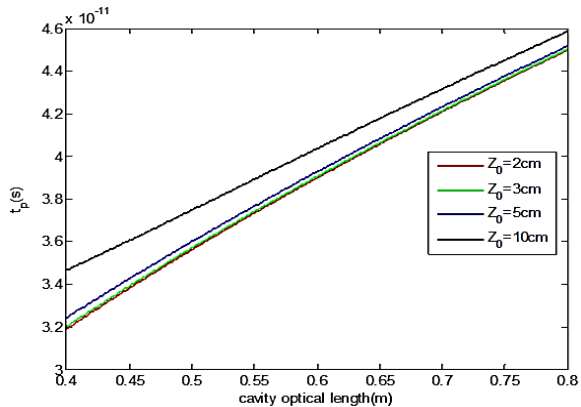
در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) پهنای تپ و پهنای نوار بر حسب طول مشدد، برای فواصل مختلف بلور تا آینه پشتی ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش طول مشدد پهنای تپ افزایش و پهنای نوار کاهش می‌یابد.

همچنین مشاهده می‌شود که این دو پارامتر عملاً به فاصله بلور تا آینه پشتی بستگی ندارند. البته این تا زمانی درست است که فاصله بلور تا آینه پشتی نسبت به طول مشدد کوچک باشد. در شکل (۱۲) نمودار پهنای زمانی پالس را بر حسب طول نوسانگر در فواصل ۲ تا ۱۰ سانتی‌متری مدولاتور (Z_0) از آینه عقبی لیزر رسم شده است، همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، در طول ۶۰ سانتی‌متری نوسانگر برای $Z_0=2$ تا $Z_0=10$ پهنای زمانی بین ۳۷ تا ۴۰ پیکوثانیه می‌باشد. همان‌طور که در قسمت نظری اشاره شد، نوسان در حالت FM دارای دو مد مثبت و منفی است.

بسامد مدولاسیون این دو مد بر حسب طول مشدد در شکل (۱۴) آمده است. این دو مد دارای اختلاف بسیار ناچیزی هستند که در شکل زیر این اختلاف بر حسب طول مشدد رسم شده است. در شکل (۱۵) می‌بینید که با افزایش طول مشدد این اختلاف به سمت صفر می‌رود. همان‌طور که می‌دانید، فرکانس مدولاسیون باید نزدیک (ولی نه دقیقاً) به فاصله فرکانسی مدهای طولی باشد.



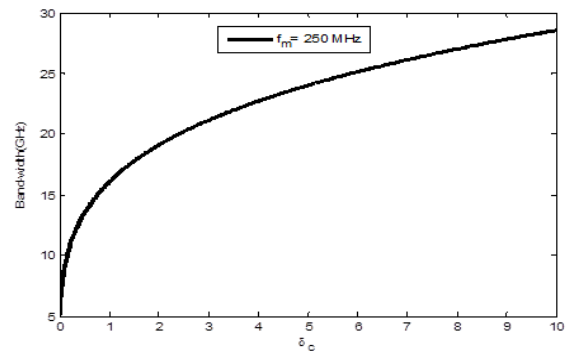
شکل ۱۲. پهنای تپ بر حسب طول مشدد



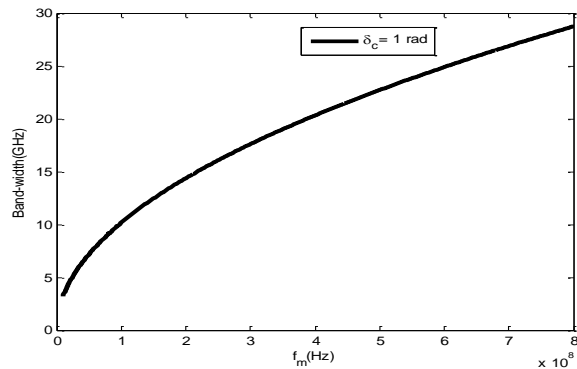
شکل ۱۳. پهنای نوار بر حسب طول مشدد

پالس‌هایی در حدود ۴۰ پیکو ثانیه با نرخ تکرار ۲۵۰ مگاهرتز تولید کرد.

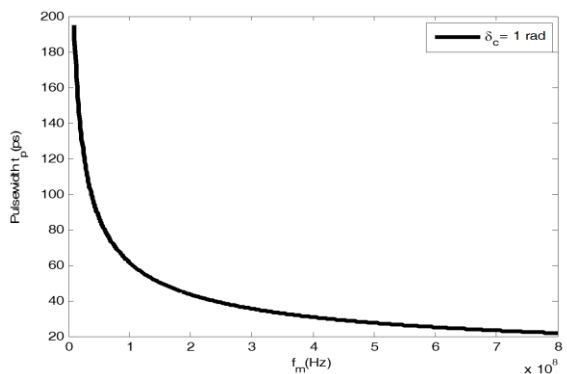
در شکل (۱۰) پهنای نوار لیزر قفل‌شدگی مد بر حسب فرکانس مدولاسیون رسم شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود پهنای نوار قفل‌شدگی مدی با افزایش فرکانس مدولاسیون افزایش می‌یابد. همچنین در شکل (۱۱) پهنای تپ قفل‌شدگی مدی بر حسب فرکانس مدولاسیون رسم شده است همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، با کاهش فرکانس مدولاسیون شاهد افزایش پهنای زمانی پالس خروجی لیزر و خارج شدن از حالت قفل‌شدگی مدی خواهید بود و نوسانگر دیگر قادر به تولید پالس‌های با پهنای زمانی پیکوثانیه‌ای نخواهد بود.



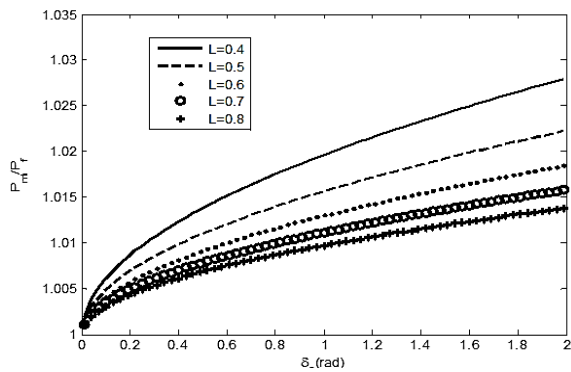
شکل ۹. پهنای نوار قفل‌شدگی مد بر حسب ضریب جفت‌شدگی در بسامد مدولاسیون ۲۵۰ MHz



شکل ۱۰. پهنای نوار قفل‌شدگی مد بر حسب فرکانس مدولاسیون



شکل ۱۱. پهنای تپ قفل‌شدگی مد بر حسب فرکانس مدولاسیون



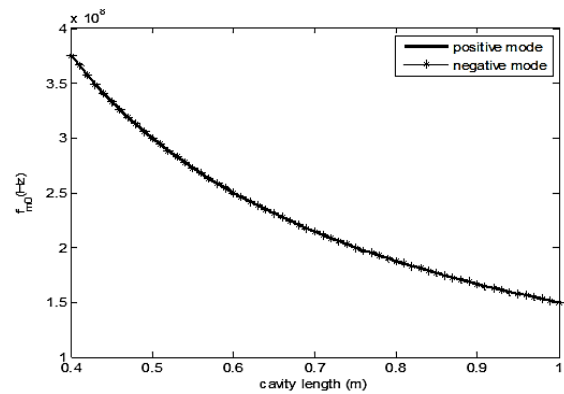
شکل ۱۷. نسبت توان لیزر در حالت قفل‌شدگی مدی به حالت رانش آزاد بر حسب ضریب جفت‌شدگی

۶. نتیجه‌گیری

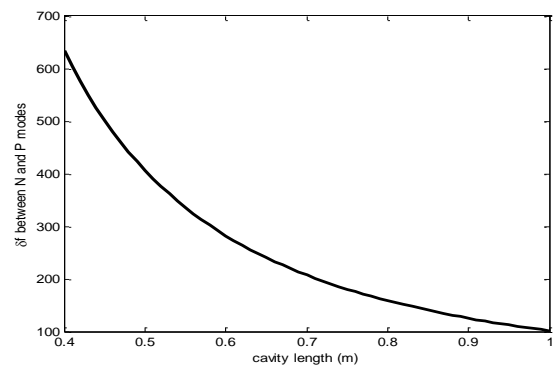
از بررسی‌های نظری و شبیه‌سازی‌ها می‌توان دریافت که افزایش هر چه بیشتر ضریب مدولاسیون و فرکانس مدولاسیون، سبب می‌شود که مدهای بیشتری با همدیگر هم‌فاز شوند و بنابراین تقویت این مدهای در حال نوسان سبب ایجاد تپ‌های کوتاه‌تری شود. بهترین عملکرد نوسانگر در فرکانس مدولاسیون ۲۵۰ مگا-هرتز و ضریب جفت‌شدگی ۱ رادیان با کاواک به طول ۶۰ سانتی‌متر و $Z_0=2$ تا $Z_0=10$ خواهد بود که این نوسانگر، پالس‌هایی با پهنای زمانی بین ۳۷ تا ۴۰ پیکوثانیه و توان متوسط ۳۰ وات به ازای انرژی هر پالس ۱۲۰ نانو ژول با نرخ تکرار پالس ۲۵۰ مگاهرتز تولید خواهد کرد. در لیزر قفل‌شده مدی به روش مدولاسیون فرکانس هم‌زمان دو مد نوسان وجود دارد و همچنین مشاهده شد زمانی که تپ گاوسی وارد محیطی با شکل خط گاوسی می‌شود، همچنان گاوسی باقی می‌ماند. در حالت مدولاسیون فرکانس، تپ پس از عبور از مدولاتور و محیط فعال دچار یک کشیدگی بسامدی خطی می‌شود که این کشیدگی بسامدی سبب قفل‌شدگی مد می‌شود.

۷. مراجع

- [1] Yefet, S.; Pe'er, A. "A Review of Cavity Design for Kerr Lens Mode-Locked Solid-State Lasers"; Appl. Sci. 2013, 3, 694-724.
- [2] Koehner, W. "Solid State Laser Engineering"; Sixth Revised and Updated Ed. (2006).
- [3] Haus, H. A.; Fujimoto J. G.; Ippen, E. P. "Analytic Theory of Additive Pulse and Kerr Lens Mode Locking"; IEEE J. Quantum Electron. 1992, 28, 2086-2095.
- [4] Spühler, G. J.; Paschotta, R.; Keller, U.; Moser, M.; Dymott, M. J. P.; Kopf, D.; Meyer, J.; Weingarten, K. J.; Kmetec, J. D.; Alexander J.; Truong, G. "Diode-Pumped Passively Mode-Locked Nd:YAG Laser With 10-W Average Power in a Diffraction-Limited Beam"; Opt. Lett. 1999, 24, 528-530.
- [5] Kuizenga, D. J.; Siegman, A. E. "FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser - Part II: Experimental Results in a Nd: YAG Laser with Internal FM Modulation"; IEEE J. Quantum Electronics 1970, 6, 709-715.

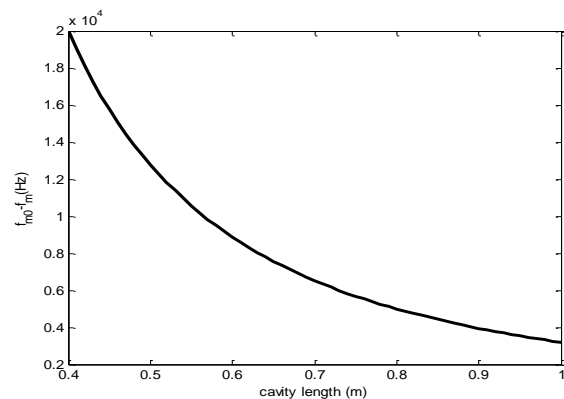


شکل ۱۴. فرکانس نوسان مد مثبت و مد منفی بر حسب طول مشدد



شکل ۱۵. اختلاف فرکانس مدولاسیون بین مدهای مثبت و منفی بر حسب طول مشدد

برای مقایسه در شکل (۱۶) اختلاف بین این دو بر حسب طول مشدد رسم شده است. می‌بینید که برای طول مشدد مورد نظر ما (۶۰ cm) این اختلاف کمتر از ۹ kHz است که عملاً ناچیز است. در شکل (۱۷) نسبت توان لیزر در حالت قفل‌شدگی مدی به حالت رانش آزاد بر حسب ضریب جفت‌شدگی برای طول‌های مختلفی از مشدد نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش طول مشدد، توان نسبی کاهش می‌یابد. همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش ضریب جفت‌شدگی توان لیزر قفل‌شده زیاد می‌شود.



شکل ۱۶. اختلاف فرکانس مدولاسیون با فاصله بسامدی مدهای طولی بر حسب طول مشدد

- [11] Albaugh, N. "Optoelectronics Circuit Collection"; Texas Instrument, Application Report, 2001.
- [12] Liu, J.; Chee, J. "Passive Mode Locking of a cw Nd: YLF Laser with a Nonlinear External Coupled Cavity"; Opt. lett. 1990, 15, 685-687.
- [13] Malcolm, G.; Ferguson, A. "Self-Mode Locking of a Diode-Pumped Nd: YLF laser"; Opt. Lett. 1991, 16, 1967-1969.
- [14] Keller, U.; Chiu, T. H. "Resonant Passive Mode-Locked Nd:YLF Laser"; IEEE J. Quantum Electronics 1992, 28, 1710-1721.
- [15] Danailov, M. B.; Cerullo, G.; Magni, V.; Segala, D.; De Silvestri, S. "Nonlinear Mirror Mode Locking of a cw Nd: YLF Laser"; Opt. Lett. 1994, 19, 792-794.
- [6] Schulz, P.; Henion, S. "5-GHz Mode Locking of a Nd: YLF Laser"; Opt. lett. 1991, 16, 1502-1504.
- [7] Maker, G. T.; Ferguson, A. I. "Frequency-Modulation Mode Locking of a Diode-Pumped Nd:YAG Laser"; Opt. Lett. 1989, 14, 788-790.
- [8] Tamura, K.; Nakazawa, M. "Pulse Energy Equalization in Harmonically FM Mode-Locked Lasers with Slow Gain"; Opt. Lett. 1996, 21, 1930-1932.
- [9] Siegman, A. E.; Kuizenga, D. J. "FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser-Part I: Theory"; IEEE J. Quantum Electronics 1970, 6, 694-708.
- [10] Scott, R. P.; Bennett, C. V.; Kolner, B. H. "AM and High-Harmonic FM Laser Mode Locking"; Appl. Opt. 1997, 36, 5908-5912.