

## یک روش جدید مکان‌یابی PMU همراه با مشاهده‌پذیری بهبود یافته به منظور

### مدیریت انرژی الکتریکی در شرایط بحرانی

محمد حسین خانزاده\*

استادیار دانشگاه جامع امام حسین (ع)

(دریافت: ۱۳۹۲/۱۱/۲۳، پذیرش: ۱۳۹۲/۱۱/۰۷)

#### چکیده

واحدهای اندازه‌گیری فازور (PMU) امکان راه‌اندازی سامانه‌های پایش، حفاظت و کنترل گسترده (WAMPAC) را به‌عنوان زیربنای مدیریت انرژی در مواقع بحرانی در بازار برق امروزی فراهم می‌نمایند. در مقاله حاضر، یک روش جدید مکان‌یابی بهینه PMUها با استفاده از برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (MILP) ارائه می‌شود که علاوه بر حداقل‌سازی هزینه نصب این تجهیزات، مشاهده‌پذیری سامانه را نیز بهبود می‌دهد. همچنین، یک روش نظام‌یافته برای اعمال اثر شین‌های تزریق صفر و اندازه‌گیرهای پخش بار به‌عنوان دو نوع از متداول‌ترین اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده معرفی می‌شود. اثر از دست رفتن شاخه (خط انتقال) و نیز خود واحد اندازه‌گیری فازور به‌عنوان پیشامدهای تأثیرگذار بر مشاهده‌پذیری سامانه در دو حالت غیاب و حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده مورد بررسی واقع می‌شود. روش ارائه شده بر روی سه سامانه آزمایشی شناخته شده IEEE و نیز سامانه ۴۰ شینه توسعه‌ای آذربایجان آزمایش شده است. نتایج نشان داد که این روش میزان مشاهده‌پذیری سیستم قدرت را بهبود می‌دهد.

**کلید واژه‌ها:** واحد اندازه‌گیری فازور، اندازه‌گیری افزون، شین تزریق صفر، اندازه‌گیر پخش بار.

## A New PMU Placement Method with Improved Observability in Order to Managing the Electrical Energy in Critical Situations

M. H. Khanzade\*

Imam Hossein University

(Received: 12/04/2013; Accepted: 27/01/2014)

#### Abstract

Phasor Measurement Units (PMUs) have made possible the set up of Wide-Area Monitoring, Protection, and Control (WAMPAC) systems as the energy management infrastructure under critical situations in the modern electrical market. In this paper, a new optimal PMU placement using Mixed-Integer Linear Programming (MILP), which improves the power system observability besides minimizing the PMUs installation cost, is proposed. Also, a systematic method is introduced in order to apply the effect of zero injection buses and power flow measurements as two vogue conventional measurements. The effect of branch outage and PMU loss as effective contingencies on system observability is studied in the absence and presence of conventional measurements. The proposed method is examined on three known IEEE test systems and Azarbayjan 40-bus system. The results have shown that the method improves the power system observability.

**Keywords:** Phasor Measurement Unit, Redundant Measurement, Zero Injection Bus, Power Flow Measurement.

\* Corresponding Author E-mail: khanzade@ihu.ac.ir

## ۱. مقدمه

می‌باشد. نصب PMU در هر شین برای دست‌یابی به مشاهده‌پذیری کامل سامانه قدرت، به‌واسطه هزینه هر PMU، عملی غیر اقتصادی می‌باشد. بنابراین، نیاز به یک برنامه‌ریزی مکان‌یابی بهینه PMU‌ها با هدف حداقل‌سازی تعداد PMU‌های مورد نیاز برای دست‌یابی به مشاهده‌پذیری کامل سامانه قدرت احساس می‌شود [۴-۲].

تاکنون، تحقیقات بسیاری پیرامون بحث مکان‌یابی بهینه PMU‌ها انجام شده است. در مرجع [۵]، یک روش مکان‌یابی بهینه PMU‌ها به‌صورت یک برنامه‌ریزی درجه دو، عدد صحیح مختلط (MIQP) ارائه شده است. روش مذکور سعی در حداقل‌سازی تعداد PMU‌ها همراه با افزایش مرتبه مشاهده‌پذیری شین‌ها دارد. این روش به‌سبب بهره‌گیری از برنامه‌ریزی درجه دو، اولاً نیاز به زمان محاسباتی زیادی دارد (به‌ویژه برای سامانه‌های با ابعاد بزرگ) و ثانیاً ممکن است قادر به ارائه پاسخ بهینه جامع نباشد. در تحقیقی دیگر [۶]، یک مدل MILP<sup>۶</sup> برای مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازورها معرفی شده است که در این مرجع، برای اعمال اثر اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده، روشی به نام ABM بیان شده که از یک ماتریس تبدیل سود می‌برد. با وجود آنکه اثر خروج PMU در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است اما اثر خروج شاخه (خطوط انتقال) به‌عنوان یک پیشامد مخرب مشاهده‌پذیری مورد مطالعه واقع نشده است. یک برنامه‌ریزی MILP<sup>۷</sup> دیگر در مرجع [۷] معرفی شده است که برای اعمال اثر اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده از حاصل‌ضرب دو ماتریس تبدیل بهره می‌برد. روش مذکور قادر به لحاظ اثر پیشامدهای مخرب مشاهده‌پذیری (خروج شاخه و خروج PMU) نمی‌باشد. در تحقیقی دیگر [۸]، یک مدل بر مبنای MILP بیان شده است که به‌کمک یک متغیر باینری کمکی قادر به اعمال اثر شین‌های تزریق صفر<sup>۸</sup> می‌باشد. با این وجود، مدل توانایی لحاظ اثر اندازه‌گیرهای پخش بار<sup>۹</sup> را ندارد.

در مقاله حاضر، یک مدل MILP جدید برای مکان‌یابی بهینه PMU‌ها معرفی می‌شود که برتری اصلی آن نسبت به سایر تحقیقات، اضافه شدن بخشی تازه به تابع هدف می‌باشد که منجر به افزایش اندازه‌گیری افزون شین‌ها می‌شود. اندازه‌گیری افزون یک شین به معنای مشاهده (تعیین فازور ولتاژ) بیش از یک بار آن می‌باشد [۹]. در حقیقت، روش مذکور توانایی ارائه حداکثر اندازه‌گیری افزون به‌وسیله همان تعداد PMU‌های روش‌های پیشین را داراست و این امر را با تغییر چیدمان برخی از آن PMU‌ها در سامانه قدرت انجام می‌دهد. به‌علاوه، این روش قادر به اعمال سامانه اتیک اثر هر دو نوع متداول اندازه‌گیری‌های از پیش نصب‌شده (شین‌های تزریق صفر و اندازه‌گیرهای پخش بار) می‌باشد. همچنین، خروج یک PMU و نیز خروج یک شاخه (خط انتقال)، به‌عنوان پیشامدهای مخرب برای مشاهده‌پذیری سامانه، می‌تواند در مدل ارائه شده اعمال شود. بررسی

امروزه، مدیریت انرژی در مواقع بحرانی یکی از مهم‌ترین موارد از نقطه نظر ملاحظات پدافند غیرعامل در صنعت برق می‌باشد. سامانه‌های پایش، حفاظت و کنترل گسترده (WAMPAC<sup>۱</sup>) از کارگزارترین سامانه‌های نوین به‌منظور مدیریت انرژی در شبکه‌های قدرت می‌باشند که به‌کمک آنها می‌توان در وهله اول در کمترین زمان ممکن شرایط بحرانی را تشخیص و از گسترش آن جلوگیری نمود و در ضمن به‌سرعت شرایط بازیابی بخش مربوطه را فراهم آورد. لازم به‌ذکر است که بهره‌گیری از سامانه WAMPAC نیازمند دسترسی کامل به وضعیت سامانه می‌باشد. بنابراین، پیش از هر چیزی باید تخمین حالت سامانه انجام شود تا زمینه استفاده از WAMPAC به‌منظور مدیریت انرژی فراهم شود. تخمین حالت سامانه به‌معنای تخمین تمامی متغیرهای شبکه شامل ولتاژ شین‌ها، جریان خطوط انتقال، توان‌های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال است. برای تخمین حالت یک سامانه، کافی است که سامانه مشاهده‌پذیر باشد یعنی فازور ولتاژ تک‌تک شین‌های سامانه قدرت مشخص باشد، زیرا در صورت معلوم بودن فازور ولتاژ تمامی شین‌ها و با توجه به قابل دسترس بودن پارامترهایی از شبکه مانند امپدانس خطوط انتقال و غیره، می‌توان سایر متغیرهای حالت شبکه را محاسبه نمود. پیش از پیدایش فناوری اندازه‌گیری سنکرون شده (SMT<sup>۲</sup>)، تخمین حالت سامانه‌های قدرت به‌وسیله سامانه سنتی SCADA<sup>۳</sup> انجام می‌شد که به سبب عدم توانایی در محاسبه دقیق زاویه ولتاژ شین‌ها چندان کارآمد نبود. استفاده از واحد اندازه‌گیری فازور، به‌عنوان یک تجهیز به‌کارگیرنده SMT، به سبب توانایی اندازه‌گیری هم‌زمان فازورهای ولتاژ و جریان به‌طرز چشمگیری افزایش یافته است. هم‌زمانی اندازه‌گیری فازورهای ولتاژ و جریان از طریق سیگنال‌های مهر زمانی ارسال از سامانه موقعیت‌یابی جهانی (GPS<sup>۴</sup>) حاصل می‌شود [۱]. هم‌زمانی اندازه‌گیری فازورهای ولتاژ و جریان، امکان تغییر معادلات تخمین حالت از غیر خطی به خطی را فراهم می‌کند و این امر منجر به یافتن هر چه ساده‌تر پاسخ (وضعیت سامانه) می‌گردد و در نتیجه عملکرد سامانه WAMPAC تسریع و تسهیل می‌شود [۲].

یک PMU<sup>۵</sup> مستقر در یک شین می‌تواند فازور ولتاژ آن شین و فازور جریان تمامی شاخه‌های متصل به شین مذکور (در صورت وجود تعداد کانال‌های کافی) را اندازه‌گیری نماید. از سوی دیگر، با توجه به مشخص بودن پارامترهای خطوط انتقال مانند امپدانس، PMU می‌تواند فازور ولتاژ تمامی شین‌های متصل به شین مذکور را نیز اندازه‌گیری نماید. به‌طور خلاصه می‌توان گفت که در صورت نصب PMU روی یک شین، فازور ولتاژ شین (به‌صورت مستقیم) و نیز تمامی شین‌های متصل به آن (به‌صورت غیر مستقیم) قابل اندازه‌گیری

<sup>۶</sup> Mixed – Integer Quadratic Programming

<sup>۷</sup> Mixed – Integer Linear Programming

<sup>۸</sup> Zero Injection Bus

<sup>۹</sup> Power Flow Measurement

<sup>۱</sup> Wide Area Monitoring Protection and Control

<sup>۲</sup> Synchronized Measurement Technology

<sup>۳</sup> Supervisory Control and Data Acquisition

<sup>۴</sup> Global Positioning System

<sup>۵</sup> Phasor Measurement Unit

تنظیم کردن  $x_j = 1$  (به‌عنوان حداکثر مقدار ممکن برای  $x_j$ )، در رابطه (۲)، قابل محاسبه می‌باشد. حداقل‌سازی  $(u_i - f_i)$  در رابطه (۱)، به‌دلیل کاهش اختلاف بین حد بالا و میزان واقعی مشاهده‌پذیری شین  $i$ ، منجر به حداکثرسازی اندازه‌گیری افزون می‌شود.  $\lambda$  یک ضریب وزنی است که به‌منظور جلوگیری از افزایش تعداد PMU‌های ناشی از وجود بخش اندازه‌گیری افزون در رابطه (۱) به‌کار گرفته می‌شود. به این منظور  $\lambda$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \left( \sum_{i \in SB} S_i u_i \right)^{-1} \quad (۳)$$

حداقل‌سازی رابطه (۱) منجر به دو هدف حداقل‌سازی هزینه کلی نصب PMU‌ها و حداکثرسازی میزان اندازه‌گیری افزون می‌گردد. اکنون، به‌منظور تکمیل مسئله مکان‌یابی PMU‌ها باید محدودیت‌های مسئله معرفی شوند. به‌طور کلی، برای تضمین مشاهده‌پذیر بودن سامانه قدرت تحت شرایط غیاب اندازه‌گیری‌های از پیش نصب‌شده و هرگونه پیشامد مخرب برای مشاهده‌پذیری، باید نامعادله زیر ارضاء گردد:

$$f_i \geq 1 \quad \forall i \in SB \quad (۴)$$

نامعادله فوق بیان می‌دارد که به‌منظور تضمین مشاهده‌پذیری سامانه تحت شرایط پایه نیاز است که هر شین حداقل یک بار به‌صورت مستقیم یا غیر مستقیم توسط مجموعه PMU‌ها رؤیت گردد.

## ۲-۱. اعمال اثر حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده

اغلب در سامانه‌های واقعی، تعدادی اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده وجود دارند. وجود اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده می‌تواند سبب کاهش تعداد PMU‌های مورد نیاز برای مشاهده‌پذیر شدن سامانه گردد. بنابراین، تأثیر این اندازه‌گیرها باید در مسئله مکان‌یابی بهینه PMU‌ها لحاظ گردد. همان‌طور که در قبل ذکر شد، حضور دو نوع اندازه‌گیر از پیش نصب‌شده، شامل شین تزریق صفر و اندازه‌گیر پخش بار در سامانه‌های قدرت، متداول‌تر می‌باشد. شین تزریق صفر به شینی اطلاق می‌شود که هیچ منبع تولید یا بار مصرفی ندارد. برای شین‌های تزریق صفر یک قانون وجود دارد که از قوانین کیرشهف قابل استخراج می‌باشد: «اگر در مجموعه‌ای از شین‌ها، شامل شین تزریق صفر و تمامی شین‌های متصل به آن، فازور ولتاژ تمامی شین‌ها به غیر از یکی معلوم باشد آنگاه فازور ولتاژ نامعلوم از قوانین کیرشهف قابل تخمین می‌باشد و به این ترتیب شین مذکور هم مشاهده‌پذیر می‌گردد». به این ترتیب می‌توان گفت که در صورت وجود یک شین تزریق صفر، تنها یکی از شین‌های متصل به آن یا خود شین تزریق صفر می‌تواند به‌وسیله اثر تزریق صفر مشاهده گردد. از سوی دیگر، اندازه‌گیر پخش بار وسیله‌ای است که می‌تواند توان‌های اکتیو و راکتیو جاری در شاخه‌محل استقرار خود را اندازه‌گیری نماید. بنابراین، در شرایطی که فازور ولتاژ یکی از شین‌های پایانه اندازه‌گیر پخش بار معلوم باشد آنگاه فازور ولتاژ نامعلوم شین دیگر قابل

اثر خروج یک PMU و خروج یک شاخه به تفکیک حضور و غیاب اندازه‌گیری‌های از پیش نصب‌شده، به‌صورتی که در این مقاله ارائه شده است، از جنبه‌های نوآوری این تحقیق می‌باشد. مدل مذکور بر روی سه سامانه آزمایشی IEEE (شامل ۱۴، ۵۷ و ۱۱۸ شین) و نیز سامانه توسعه‌ای ۴۰ شینه آذربایجان، به‌عنوان یک سامانه حیاتی کشورمان، مورد آزمایش واقع شده و نتایج به تفصیل مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

سایر بخش‌های مقاله به این صورت سازماندهی شده‌اند که در بخش دوم، ابتدا فرمولاسیون مدل ارائه می‌شود. سپس، روش نظام‌یافته اعمال اثر اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده بیان می‌شود و در ادامه اثر شرایط مخرب مشاهده‌پذیری (خروج یک شاخه و خروج یک PMU) بر مسئله مکان‌یابی PMU‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی سامانه‌های آزمایشی در بخش سوم نمایش داده می‌شوند و به تفصیل مورد بحث واقع می‌گردند و در انتها جمع‌بندی کلی مقاله در بخش چهارم انجام می‌پذیرد.

## ۲. فرمولاسیون روش مکان‌یابی بهینه PMU‌ها با مشاهده‌پذیری بهبودیافته

تشکیل تابع هدف اولین گام در تعریف مسئله برنامه‌ریزی مکان‌یابی بهینه PMU‌ها می‌باشد. یک بخش از تابع هدف، همانند مدل‌های ارائه شده در اغلب تحقیقات پیشین، به حداقل‌سازی تعداد PMU‌های مورد نیاز می‌پردازد. از سوی دیگر، یک بخش تازه به تابع هدف اضافه می‌شود که اندازه‌گیری افزون را به برنامه‌ریزی وارد می‌نماید. بنابراین، تابع هدف روش مکان‌یابی بهینه PMU‌ها با مشاهده‌پذیری بهبودیافته به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$OF = \sum_{i \in SB} c_i x_i + \lambda \sum_{i \in SB} S_i (u_i - f_i) \quad (۱)$$

تمامی متغیرها و پارامترها در فهرست نمادها تعریف شده‌اند. با حداقل‌سازی تابع هدف، امکان حداقل‌سازی تعداد PMU‌های مورد نیاز (به سبب بخش اول تابع هدف) و حداکثرسازی میزان اندازه‌گیری افزون (به سبب بخش دوم تابع هدف) به‌طور همزمان پدید می‌آید.  $c_i$  نمایانگر هزینه نصب PMU در شین  $i$  می‌باشد و این پارامتر اجازه لحاظ هزینه‌های مختلف نصب PMU را به مدل می‌دهد. اهمیت شین  $i$  از نقطه‌نظر نیاز به اندازه‌گیری افزون را معین می‌نماید. در این مقاله، فرض بر آن است که هزینه نصب PMU‌ها در هر شین و اهمیت هر شین در سامانه یکسان بوده و در نتیجه پارامترهای  $c_i$  و  $S_i$  برای تمامی شین‌ها برابر ۱ می‌باشند.  $f_i$  تابع مشاهده‌پذیری می‌باشد که نمایانگر تعداد دفعات مشاهده شین  $i$  به‌وسیله PMU‌های مستقر در شین  $i$  (مشاهده مستقیم) یا شین‌های متصل به آن (مشاهده غیر مستقیم) می‌باشد.  $f_i$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_i = \sum_{j \in SB} a_{ij} x_j \quad \forall i \in SB \quad (۲)$$

در رابطه (۱)،  $u_i$  حد بالای مشاهده‌پذیری شین  $i$  می‌باشد که با

در این سامانه شین ۷ یک شین تزیق صفر است و سه اندازه گیر پخش بار در شاخه های ۱-۵، ۹-۱۰ و ۶-۱۱ قرار دارند. به این ترتیب، شین های مرتبط به شین ۷ (شین تزیق صفر) شامل شین های ۴، ۸ و ۹ بوده و شین های واقع در پایانه های هر اندازه گیر پخش بار، شین های مرتبط به اندازه گیر می باشند.

سامانه نمونه دارای ماتریس تبدیلی به صورت زیر است:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

به منظور اعمال اثر اندازه گیرهای از پیش نصب شده بر مکان یابی بهینه PMUها، باید محدودیت زیر لحاظ گردد:

$$\sum_{j \in SB} P_{ij} f_j \geq b_i \quad \forall i \in SP \quad (6)$$

$$b_i = \begin{cases} \sum_{j \in SB} P_{ij} - 1 \\ 1 \end{cases} \quad (7)$$

نامعادله (۶) مشابه نامعادله (۴) است و  $b_i$  پارامتری است که تعداد دفعات مشاهده پذیری را مطابق قوانین مشاهده پذیری و اندازه گیرهای از پیش نصب شده تنظیم می نماید.

### ۲-۲. اثر خروج یک PMU

PMU نیز مانند هر تجهیز دیگر ممکن است دچار خرابی شود. بنابراین، لازم است شرایطی فراهم گردد تا مشاهده پذیری سامانه در صورت خروج یک PMU حفظ گردد. روش ارائه شده در این مقاله قادر به تضمین مشاهده پذیری کامل سامانه در هنگام خروج یک PMU، در غیاب و حضور اندازه گیرهای از پیش نصب شده می باشد که این عمل با ایجاد تغییر در بخش سمت راست نامعادله های (۴) و (۶) به وقوع می پیوندد. نامعادلات (۴) و (۶) به ترتیب محدودیت هایی هستند که حداقل یک بار مشاهده هر شین در سامانه را تحت شرایط غیاب و حضور اندازه گیرهای از پیش نصب شده حاصل می آورند. حداقل تعداد دفعات مشاهده شین ها به وسیله بخش سمت راست این نامعادلات تعیین می گردد. بنابراین، در صورتی که بخش سمت راست این نامعادلات دو برابر شود آنگاه هر شین در سامانه حداقل دو بار مشاهده می شود. در نتیجه، تحت این شرایط حتی با وجود خروج یک PMU، اطمینان به مشاهده پذیری کامل سامانه حفظ می شود زیرا هر شین حداقل از دو منبع (مستقیم و غیرمستقیم) اندازه گیری رؤیت می شود. در عمل، این شرایط به معنای وجود حداقل یک منبع مشاهده کمکی می باشد. به این ترتیب در شرایط غیاب اندازه گیرهای از پیش نصب شده کافی است که نامعادله (۸) ارضاء شود تا سامانه در صورت خروج یک PMU مشاهده پذیر باقی بماند.

$$f_i \geq 2 \quad \forall i \in SB \quad (8)$$

همچنین، به منظور حفظ مشاهده پذیری سامانه در شرایط خروج یک PMU و در حضور اندازه گیرهای از پیش نصب شده، باید نامعادله (۹) ارضاء شود.

تخمین می باشد و به این ترتیب شین مذکور هم مشاهده پذیر می گردد. پس می توان گفت که در صورت وجود اندازه گیر پخش بار بین دو شین، تنها یکی از شین های مذکور می تواند به کمک اثر اندازه گیر پخش بار مشاهده پذیر گردد [۱۰].

روش نظام یافته این مقاله به منظور در نظر گرفتن اثر اندازه گیرهای از پیش نصب شده، برگرفته از روش ABM معرفی شده در تحقیق [۶] می باشد. اثر اندازه گیرهای از پیش نصب شده به وسیله یک ماتریس تبدیل به نام  $P$  اعمال می گردد که فرآیند ساخت این ماتریس در گام های ذیل توضیح داده شده است:

**گام اول:** یک ماتریس واحد  $(n \times n)$  را تشکیل داده و فرض کنید که هر سطر معرف یک شین باشد.

**گام دوم:** تمامی شین های مرتبط و غیر مرتبط به اندازه گیرهای از پیش نصب شده را تفکیک نمایید.

**گام سوم:** سطری از ماتریس واحد که به هیچ اندازه گیر از پیش نصب شده ای مرتبط نمی باشند، بی تغییر باقی می ماند.

**گام چهارم:** برای هر شین تزیق صفر باید سطر جدیدی از حاصل جمع سطرهای متعلق به شین تزیق صفر مذکور و تمامی شین های متصل به آن (از ماتریس واحد اولیه) ساخته شود.

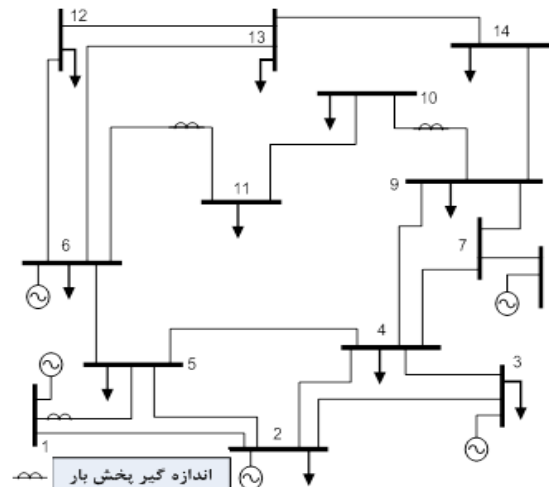
**گام پنجم:** برای هر اندازه گیر پخش بار باید سطر جدیدی از حاصل جمع سطرهای متعلق به دو شین پایانه اندازه گیر مذکور (از ماتریس واحد اولیه) ساخته شود.

**گام ششم:** تمامی سطرهای ماتریس واحد اولیه به غیر از مواردی که در گام سوم بیان شد باید حذف گردند.

ابعاد ماتریس  $P$  برابر  $(m \times n)$  است که  $m$  از رابطه زیر قابل تخمین می باشد:

$$m = n - nc + nz + np \quad (5)$$

به عنوان یک نمونه، سامانه آزمایشی ۱۴ شینه IEEE نمایش داده شده در شکل (۱) به صورت زیر می باشد:



شکل ۱. دیاگرام تک خطی سامانه ۱۴ شینه IEEE در حضور اندازه گیرهای از پیش نصب شده [۵]

دارای اندازه‌گیر است و هر کدام از شاخه‌های متصل به یک شین تزریق صفر، یک شاخه مرتبط به این نوع اندازه‌گیر از پیش نصب شده به حساب می‌آید. به این ترتیب، به منظور در نظر گرفتن اثر خروج یک شاخه در مسئله مکان‌یابی بهینه PMUها، در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده، باید گام‌های زیر اجرا شوند:

**گام اول:** ماتریس تبدیل  $P$  را با لحاظ تمام شاخه‌ها در سامانه تشکیل دهید.

**گام دوم:** تمام شاخه‌های غیر مرتبط به اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده را مشخص و تفکیک نمایید.

**گام سوم:** در صورت خروج شاخه‌های از نوع گام دوم، ماتریس  $P$  هیچ تغییری نمی‌کند. بنابراین، محدودیت (۱۲) برای خروج هر شاخه غیر مرتبط به اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده صدق می‌کند و بالاوند  $k$  نماد هر کدام از این شاخه‌ها است.

$$\sum_{j \in SB} P_{ij} f_j^k \geq b_i \quad \forall i \in SP \quad (12)$$

$$f_i^k = \sum_{j \in SB} a_{ij}^k x_j \quad \forall k \in SNPL \quad \forall i \in SB \quad (13)$$

**گام چهارم:** به‌ازای خروج هر شاخه مرتبط به اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده باید برای سامانه یک ماتریس  $P$  جدید تعریف شود.

**گام پنجم:** به‌ازای خروج هر شاخه مرتبط به اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده باید نامعادله (۱۴) ارضاء شود:

$$\sum_{j \in SB} P_{ij}^k f_j^k \geq b_i^k \quad \forall i \in SP \quad (14)$$

$$f_i^k = \sum_{j \in SB} a_{ij}^k x_j \quad \forall k \in SPL \quad \forall i \in SB \quad (15)$$

#### ۲-۴. اثر خروج یک شاخه یا یک PMU

از آنجایی که خروج PMU و شاخه هر دو از پیشامدهای نامطلوب و محتمل مشاهده‌پذیری می‌باشند بنابراین، از نظر بهره‌برداران بهتر است که در مسئله مکان‌یابی اثر هر دو حالت در نظر گرفته شود. هر چند لحاظ هر دو حالت منجر به افزایش تعداد PMUها می‌گردد ولی، در عوض قابلیت اطمینان اندازه‌گیری سامانه نیز به‌طرز چشمگیری بهبود می‌یابد.

**الف) در نظر گرفتن اثر خروج یک شاخه یا یک PMU در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده:** در این شرایط کافی است که تنها اثر خروج یک PMU در نظر گرفته شود و نیازی به اجرای محدودیت‌های خروج یک شاخه نمی‌باشد، زیرا به‌واسطه اجرای محدودیت‌های خروج یک PMU، هر شین حداقل دو بار مشاهده می‌شود. حال، با توجه به اینکه هر شین حداقل دو بار به‌صورت مستقیم یا غیر مستقیم مشاهده می‌شود پس، خروج یک شاخه، به‌عنوان تنها یک مسیر برای مشاهده غیر مستقیم، نمی‌تواند باعث عدم مشاهده‌پذیری سامانه گردد. البته لازم به یادآوری است که این

$$\sum_{j \in SB} P_{ij} f_j \geq 2b_i \quad \forall i \in SP \quad (9)$$

نکته قابل توجه این است که اثر خروج بیش از یک PMU نیز می‌تواند به‌وسیله مدل لحاظ شود. برای مثال، در صورت تمایل برای لحاظ اثر خروج دو PMU کافی است که در نامعادلات (۸ و ۹) عدد ۲ به ۳ تغییر نماید.

#### ۲-۳. اثر خروج یک شاخه

یکی دیگر از پیشامدهای مخرب مؤثر بر مشاهده‌پذیری سامانه، خروج شاخه‌های متصل‌کننده شین‌ها می‌باشد. اغلب در بحث مکان‌یابی بهینه PMUها، به‌سبب پیچیدگی زیاد و احتمال کمتر خروج چند شاخه به‌طور هم‌زمان، تنها خروج یک شاخه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در اینجا، خروج شاخه‌های متصل به شین‌های شعاعی مدنظر نمی‌باشد زیرا خروج این شاخه‌ها باعث عدم مشاهده‌پذیری هیچ بخشی از باقیمانده سامانه نمی‌شود [۵]. بنابراین، مجموعه شاخه‌های معتبر برای پیشامد مخرب خروج یک شاخه شامل تمامی شاخه‌ها، به استثناء شاخه‌های متصل به شین‌های شعاعی، می‌شود. در مقاله حاضر، تأثیر خروج یک شاخه تحت دو وضعیت مورد مطالعه واقع می‌شود:

**الف) در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده:** در این شرایط، خروج یک شاخه معادل از دست رفتن یک مسیر مشاهده‌پذیری است. برای مثال، اگر یک PMU بر روی شین  $i$  نصب شود و شین  $j$  به‌وسیله شاخه‌ای به شین  $i$  متصل باشد و سپس شاخه  $i-j$  به‌هر دلیلی از مدار خارج گردد، آنگاه شین  $j$  دیگر به‌وسیله PMU مستقر در شین  $i$  قابل مشاهده نمی‌باشد. بنابراین، تنها اثر خروج یک شاخه تحت این شرایط، تغییر پارامترهای  $a_{ij}$  و  $a_{ji}$  از یک (قبل از خروج شاخه) به صفر (بعد از خروج شاخه) می‌باشد. به‌منظور حفظ مشاهده‌پذیری سامانه بدون اندازه‌گیر از پیش نصب شده در شرایط خروج یک شاخه لازم است که نامعادله (۱۰) ارضاء گردد.

$$f_i^k \geq 1 \quad \forall k \in SL \quad \forall i \in SB \quad (10)$$

$$f_i^k = \sum_{j \in SB} a_{ij}^k x_j \quad \forall k \in SL \quad \forall i \in SB \quad (11)$$

**ب) در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده:** یک تفاوت مهم بین خروج شاخه در حضور و غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده وجود دارد و آن عبارت است از اینکه خروج برخی شاخه‌ها، در حضور اندازه‌گیری‌های از پیش نصب شده، ممکن است علاوه بر از دست رفتن یک مسیر مشاهده‌پذیری، منجر به از دست رفتن اثر اندازه‌گیرهای از پیش نصب شده مربوطه نیز شود. به‌عنوان مثال، خروج شاخه دارای اندازه‌گیر پخش بار  $i-j$ ، هم باعث صفر شدن پارامترهای  $a_{ij}$  و  $a_{ji}$  شده و هم باعث از دست رفتن اندازه‌گیر پخش بار  $i-j$  می‌شود. به‌عنوان نمونه‌ای دیگر، اگر شین  $i$  یک شین تزریق صفر باشد و شین  $z$  به آن متصل باشد آنگاه در صورت خروج شاخه  $i-z$ ، شین  $z$  از امکان بهره‌مندی از خاصیت تزریق صفر شین  $i$  محروم می‌ماند. باید توجه داشت که شاخه مرتبط به یک اندازه‌گیر پخش بار فقط خود شاخه

حالت با هم تفاوتی ندارد اما نوع چینش آن‌ها متفاوت می‌باشد که این تفاوت با دقت به جدول (۴) قابل درک است. همان‌طور که پیشتر ذکر گردید، در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده برای حالت خروج یک شاخه یا یک PMU نیازی به اجرای محدودیت‌های هر دو حالت نیست و نتایج حاصل از در نظر گرفتن اثر خروج یک PMU، حالت خروج یک شاخه یا یک PMU را نیز در بر می‌گیرد.

**جدول ۲.** مکان‌های بهینه پیشنهادی مدل در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده

شماره‌های مختص حالت با اندازه‌گیری افزون	شماره‌های مختص حالت بدون اندازه‌گیری افزون	شماره‌های مشترک در دو حالت با و بدون اندازه‌گیری افزون	سامانه‌های آزمایشی
۱۹، ۲۲، ۲۵، ۲۷، ۴	۲۸، ۳۰، ۲۴، ۲۰، ۴	۹، ۶، ۲، ۷	۱۴ شینه IEEE
۱۹، ۲۲، ۲۵، ۲۷، ۴۵، ۴۷، ۵۷	۲۸، ۳۰، ۲۴، ۲۰، ۴۶، ۳۹	۱۵، ۹، ۶، ۱، ۲۸، ۲۸، ۵۳، ۵۶، ۴۰، ۴۹، ۵۳، ۵۶، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۲، ۱۰۵، ۱۱۰	۵۷ شینه IEEE
۱، ۲۳، ۲۸، ۳۰، ۳۵، ۳۴، ۴۳، ۴۷، ۶۳، ۱۱۵	۳، ۲۵، ۲۹، ۳۴، ۳۷، ۴۵، ۶۴، ۷۰، ۱۱۴	۵، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۷، ۲۱، ۴۰، ۴۹، ۵۳، ۵۶، ۶۸، ۷۱، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۶، ۹۰، ۹۴، ۱۰۲، ۱۰۵، ۱۱۰	۱۱۸ شینه IEEE
۱۳، ۳۹	۹، ۲۷	۱، ۸، ۱۰، ۱۸، ۲۱، ۲۳، ۲۵، ۳۰، ۳۳	۴۰ شینه آذربایجان

**جدول ۳.** تعداد PMUهای مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری سامانه‌ها تحت پیشامدهای مختلف در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده

سامانه‌های آزمایشی	بدون اندازه‌گیری افزون		با اندازه‌گیری افزون	
	خروج یک PMU	خروج یک شاخه	خروج یک PMU	خروج یک شاخه
۱۴ شینه IEEE	۹	۶	۹	۶
۵۷ شینه IEEE	۳۳	۲۴	۳۳	۲۴
۱۱۸ شینه IEEE	۶۸	۴۷	۶۸	۴۷
۴۰ شینه آذربایجان	۲۸	۱۷	۲۸	۱۷

**جدول ۴.** تعداد دفعات مشاهده‌پذیری حاصل از PMUها در شرایط مختلف

سامانه‌های آزمایشی	بدون اندازه‌گیری افزون			با اندازه‌گیری افزون		
	شرایط عادی	خروج شاخه PMU	خروج عادی	شرایط عادی	خروج شاخه PMU	خروج عادی
۱۴ شینه IEEE	۱۹	۳۴	۲۲	۱۹	۳۹	۲۷
۵۷ شینه IEEE	۶۷	۱۲۶	۹۳	۷۲	۱۳۰	۹۶
۱۱۸ شینه IEEE	۱۵۶	۲۹۸	۲۲۰	۱۶۴	۳۰۹	۲۳۰
۴۰ شینه آذربایجان	۵۳	۱۰۶	۷۴	۵۷	۱۰۸	۷۷

شرایط فقط زمانی صادق است که مشاهده‌پذیری شین‌های شعاعی جزیره شده مدنظر نباشد.

**ب) در نظر گرفتن اثر خروج یک شاخه یا یک PMU در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده:** در این شرایط، باید هم محدودیت های خروج PMU و هم خروج شاخه اجرا گردند زیرا، همان‌طور که پیش از این نیز بیان شد، در این حالت امکان از دست رفتن خاصیت اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده به‌واسطه خروج شاخه‌ها نیز وجود دارد.

### ۳. نتایج و بحث

نمونه ارائه شده، برای نمایش کارایی، بر روی سه سامانه آزمایشی ۱۴، ۵۷ و ۱۱۸ شینه IEEE و نیز سامانه ۴۰ شینه توسعه‌ای آذربایجان، به‌عنوان یک سامانه حساس در صنعت برق کشورمان، مورد آزمایش قرار می‌گیرد. اطلاعات اولیه لازم برای سامانه‌های IEEE از مرجع [۱۱] و اطلاعات مربوط به سامانه ۴۰ شینه توسعه‌ای آذربایجان از مرجع [۱۲] استخراج شده است. برخی از این اطلاعات که برای مسئله مکان‌یابی PMUها حائز اهمیت می‌باشد، در جدول (۱) به نمایش در آمده است. تمامی نتایج این بخش به وسیله حل کننده CPLEX از بسته نرم‌افزاری GAMS بدست آمده‌اند [۱۳].

**جدول ۱.** برخی اطلاعات مهم سامانه‌های آزمایشی

تعداد شاخه‌های معتبر	تعداد شاخه‌های شعاعی	تعداد شاخه‌ها	سامانه‌های آزمایشی
۱۹	۱	۲۰	۱۴ شینه IEEE
۷۷	۱	۷۸	۵۷ شینه IEEE
۱۷۲	۷	۱۷۹	۱۱۸ شینه IEEE
۴۵	۸	۵۳	۴۰ شینه آذربایجان

**الف) نتایج در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده:**

در جدول (۲)، مکان‌های بهینه PMUها برای دست‌یابی به مشاهده‌پذیری سامانه‌ها، در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده و تحت شرایط پایه، نمایش داده شده است. نتایج برای دو حالت با و بدون اندازه‌گیری افزون می‌باشد تا اثر بخش دوم رابطه (۱) که اصلی‌ترین نوآوری این مقاله بوده، به‌خوبی آشکار شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مکان‌های بهینه PMUها در سامانه آزمایشی ۱۴ شینه IEEE در حالت‌های با و بدون اندازه‌گیری افزون یکسان است چرا که به‌سبب ابعاد کوچک این سامانه، انتخاب‌های زیادی برای چینش تعداد مشخصی PMU باقی نمی‌ماند تا بتوان میزان اندازه‌گیری افزون را افزایش داد. اما، اثر اندازه‌گیری افزون در سامانه‌های با ابعاد بزرگ‌تر به خوبی مشهود است.

جدول (۳) حداقل تعداد PMUهای مورد نیاز جهت تضمین مشاهده‌پذیری هر سامانه آزمایشی تحت شرایط خروج یک PMU و نیز خروج یک شاخه را برای دو حالت با و بدون اندازه‌گیری افزون نمایش می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رفت تعداد PMUها در دو

شده، دو عامل تعداد و مکان این اندازه‌گیرها تأثیرگذار است. توجه به این نکته مهم است که تنها با افزایش تعداد اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده نمی‌توان انتظار کاهش همگام تعداد PMUها را داشت و وجود محل مناسب برای اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده برای بهره برداری هر چه بیشتر از پتانسیل این اندازه‌گیرها بسیار حائز اهمیت می‌باشد. لازم به ذکر است که در مکان‌یابی PMUها معمولاً تعدادی از اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده، از نقطه‌نظر کاهش تعداد PMUها، بی‌استفاده می‌مانند.

**جدول ۶.** مکان‌های PMU ارائه شده به‌وسیله روش در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده و با در نظر گرفتن اندازه‌گیری افزون

مکان PMUها	سامانه‌های آزمایشی
۱۳، ۴	۱۴ شینه IEEE
۵۶	۵۷ شینه IEEE
۸، ۱۱، ۱۲، ۱۹، ۲۳، ۲۷، ۳۱، ۳۲، ۳۴، ۳۷، ۴۹، ۵۴، ۵۶، ۵۹، ۶۲، ۷۰، ۷۵، ۷۷، ۸۰، ۸۵، ۸۹، ۹۲، ۹۶، ۱۰۵، ۱۱۰	۱۱۸ شینه IEEE
۳، ۶، ۸، ۱۸، ۲۰، ۲۳، ۲۵، ۳۰، ۳۳، ۳۹	۴۰ شینه آذربایجان

تعداد و مکان بهینه PMUهای مورد نیاز جهت مشاهده‌پذیری سامانه ۱۴ شینه IEEE تحت پیشامدهای مخرب مشاهده‌پذیری، در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده جدول (۵)، در جدول (۷) نشان داده شده است. حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده سبب کاهش تعداد PMUها، به‌ویژه در شرایط خروج یک PMU، می‌شود. همان‌طور که قبلاً گفته شد، برای لحاظ اثر پیشامد خروج یک PMU یا یک شاخه در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده، باید محدودیت‌های هر دو حالت مدنظر قرار بگیرد. با توجه به جدول (۷)، برای مشاهده‌پذیر ساختن کل سامانه در شرایط خروج یک PMU یا یک شاخه نیاز به یک PMU بیشتر نسبت به لحاظ جداگانه هر کدام از پیشامدها می‌باشد.

**جدول ۷.** مکان‌های پیشنهادی PMUها برای سامانه ۱۴ شینه IEEE به‌وسیله روش ارائه شده در حضور اندازه‌گیری‌های از پیش نصب‌شده و با در نظر گرفتن اندازه‌گیری افزون تحت پیشامدهای مختلف

مکان PMUها	تعداد PMUها	پیشامدها
۲، ۴، ۱۰، ۱۲، ۱۴	۵	خروج یک شاخه
۲، ۴، ۶، ۹، ۱۳	۵	خروج یک PMU
۲، ۴، ۶، ۹، ۱۰، ۱۳	۶	خروج یک شاخه یا یک PMU

همان‌طور که در جدول (۷) مشاهده می‌شود، نصب ۵ عدد PMU بر روی شین‌های ۲، ۴، ۶، ۹ و ۱۳ برای حفظ مشاهده‌پذیری در شرایط در نظر گرفتن اثر خروج یک PMU کافی می‌باشد. به این ترتیب، با توجه به شکل (۱) مشخص است که شین ۱۰ یک بار از طریق PMU مستقر در شین ۹ و بار دیگر از طریق PMU مستقر در شین ۴ و اندازه‌گیر پخش بار شاخه ۹-۱۰ مشاهده می‌گردد.

تعداد دفعات کلی مشاهده‌پذیری هر سامانه آزمایشی تحت شرایط مختلف در جدول (۴) نشان داده شده است. کارایی روش ارائه شده، به‌طرز چشمگیری، با مقایسه دو حالت با و بدون اندازه‌گیری افزون مشخص می‌شود. برای مثال در سامانه ۱۱۸ شینه IEEE، تعداد کل دفعات مشاهده‌پذیری در حالت با اندازه‌گیری افزون ۱۰ دفعه بیشتر از حالت بدون در نظر گرفتن اندازه‌گیری افزون می‌باشد. باید توجه داشت که اندازه‌گیری افزون با افزایش  $\lambda$  می‌تواند زیاد شود اما این امر منجر به افزایش تعداد PMUها می‌گردد که اقتصادی نمی‌باشد و نکته قابل توجه این است که مقدار  $\lambda$  معرفی شده در این مقاله منجر به کمترین تعداد PMUها (برابر روش‌های پیشین) و نیز بیشترین اندازه‌گیری افزون ممکن با آن تعداد PMUها می‌شود.

**ب) نتایج در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده: مکان اندازه‌گیری‌های از پیش نصب‌شده در جدول (۵) نمایش داده شده است که مکان شین‌های تزریق صفر سامانه‌های IEEE از مرجع [۶] برگرفته شده و مکان شین‌های تزریق صفر سامانه ۴۰ شینه آذربایجان به‌دلیل عدم دسترسی به اطلاعات کافی به‌صورت دلخواه انتخاب شده‌است. در ضمن، محل نصب اندازه‌گیرهای پخش بار نیز به‌صورت تصادفی انتخاب شده است.**

**جدول ۵.** مکان اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده سامانه‌های آزمایشی

سامانه‌های آزمایشی	شین‌های تزریق	خطوط دارای اندازه‌گیر پخش بار
۱۴ شینه IEEE	۷	۱-۵، ۶-۱۱، ۹-۱۰
۵۷ شینه IEEE	۴، ۷، ۱۱، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸-۳۰، ۳۱-۳۴، ۳۶-۴۰، ۴۵، ۴۶، ۴۸	۱۴-۱۵، ۱۵-۱۶، ۱۸-۱۹، ۲۱-۲۲، ۲۲-۲۳، ۲۴-۲۶، ۲۸-۲۹، ۳۰-۳۱، ۳۱-۳۲، ۳۲-۳۴، ۳۶-۳۷، ۳۷-۳۹، ۴۰-۴۱، ۴۱-۴۲، ۴۲-۴۳، ۴۳-۴۴، ۴۴-۴۶، ۴۶-۴۸، ۴۸-۴۹، ۴۹-۵۰، ۵۰-۵۱، ۵۱-۵۴
۱۱۸ شینه IEEE	۵، ۹، ۳۰، ۳۸، ۶۳، ۶۴، ۶۸، ۷۱، ۸۱، ۱۰۰	۱-۲، ۲-۱۰، ۱۰-۲۱، ۲۱-۲۲، ۲۲-۴۱، ۴۲-۴۳، ۴۳-۴۴، ۴۴-۴۶، ۴۶-۵۲، ۵۳-۵۴، ۵۴-۵۷، ۵۷-۸۶، ۸۶-۱۷
۴۰ شینه آذربایجان	۸، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۲۱، ۲۵	۲۰-۲۱، ۲۱-۲۵، ۲۵-۳۴، ۳۴-۴۰، ۱-۲۸، ۲۸-۴۰

**جدول (۶)** مکان‌های بهینه PMUها را در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده جدول (۵) و با لحاظ اندازه‌گیری افزون نمایش می‌دهد. علاوه بر این، تعداد PMUهای کاهش یافته هر سامانه به‌واسطه حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده نیز در این جدول به نمایش در آمده است. به‌عنوان مثال، سامانه ۴۰ شینه آذربایجان که در غیاب اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده نیاز به ۱۲ عدد PMU برای مشاهده‌پذیری داشت (جدول ۲) اما اکنون، با حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده فقط نیاز به ۱۰ عدد PMU دارد. بنابراین ۲ عدد PMU کاهش به‌وجود آمده است. باید توجه داشت که در کاهش تعداد PMUها به‌سبب حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب

### پارامترها و متغیرها

تعداد شین‌ها	$n$
تعداد سطرهای ماتریس تبدیل	$m$
تعداد شین‌های مرتبط با اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده	$nc$
تعداد شین‌های تزریق صفر	$nz$
تعداد اندازه‌گیرهای پخش بار	$np$
هزینه نسبی نصب PMU در شین $i$	$c_i$
اهمیت شین $i$ در مشاهده‌پذیری بهبودیافته	$s_i$
حد بالای مشاهده‌پذیری شین $i$	$u_i$
ضریب نرمالیزه برای مشاهده‌پذیری بهبودیافته	$\lambda$
المان ماتریس اتصال، $a_{ij} = 1$ هنگامی که شین‌های $i$ و $j$ با شاخه به هم متصل باشند و در غیر اینصورت $a_{ij} = 0$	$a_{ij}$
درایه سطر $i$ و ستون $j$ ماتریس تبدیل	$P_{ij}$
درایه سمت راست محدودیت اعمال اثر اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده	$b_i$
المان ماتریس اتصال بعد از خروج شاخه $k$	$a_{ij}^k$
ماتریس تبدیل سامانه بدون شاخه $k$ که مرتبط به اندازه‌گیر از پیش نصب‌شده می‌باشد	$P_{ij}^k$
درایه سمت راست محدودیت اعمال اثر اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده مربوط به $P_{ij}^k$	$b_{ij}^k$
متغیر باینری، $x_i = 1$ هنگامی که PMU در شین $i$ نصب شده باشد و در غیر اینصورت $x_i = 0$	$x_i$
تعداد دفعات مشاهده‌پذیری شین $i$	$f_i$
تعداد دفعات مشاهده‌پذیری شین $i$ بعد از خروج شاخه $k$	$f_i^k$

### ۶. مراجع

- [1] Nuqui, R. F.; Phadke, A. G. "Phasor Measurement Unit Placement Techniques for Complete and Incomplete Observability"; IEEE Transactions on Power Delivery 2005, 20, 2381-2388.
- [2] Rakpenthai, C.; Premrudeepreechacharn, S.; Uatrongjit, S.; Watson, N. R. "An Optimal PMU Placement Method Against Measurement Loss and Branch Outage"; IEEE Transactions on Power Delivery 2007, 22, 101-107.
- [3] Abur, A.; Exposito, A. G. "Power System State Estimation: Theory and Implementation"; New York, Merceel Dekker, 2004.
- [4] Shahidehpour, M.; Yamin, H.; Li, Z. "Market Operations in Electric Power Systems"; New York; John Wiley & Sons Ltd, 2002.
- [5] Chakrabarti, S.; Kyriakides, E.; Eliades, D. G. "Placement of Synchronized Measurements for Power System Observability"; IEEE Transactions on Power Delivery 2009, 24, 12-19.
- [6] Abbasy, N. H.; Ismail, H. M. "A Unified Approach for the Optimal PMU Location for Power System State Estimation"; IEEE Transactions on Power Systems 2009, 24, 806-813.
- [7] Gou, B. "Generalized Integer Linear Programming Formulation for Optimal PMU Placement"; IEEE Transactions on Power Systems 2008, 23, 1099-1104.

شاخه ۱۰-۹، به‌عنوان یک مسیر ارتباطی، در هر دو بار مشاهده شین ۱۰ مشترک می‌باشد و در صورت خروج این شاخه از سامانه دیگر نمی‌توان با همان تعداد و مکان PMUهایی که در شرایط خروج یک PMU به‌دست آمده بود، مشاهده‌پذیری سامانه را حفظ نمود. چنین شرایطی دقیقاً برای شین ۱۱ نیز وجود دارد که در صورت خروج شاخه ۶-۱۱ دیگر نمی‌توان شین مذکور را به‌وسیله مجموعه PMUهای حاصل از در نظر گرفتن خروج یک PMU مشاهده نمود. به این ترتیب، برای حفظ مشاهده‌پذیری سامانه در شرایط خروج یک PMU یا یک شاخه نیاز است که علاوه بر مجموعه مکان‌های بهینه معرفی شده در شرایط خروج یک PMU، یک عدد PMU دیگر نیز در شین ۱۰ نصب شود تا در صورت خروج شاخه‌های ۱۰-۹ و ۱۱-۶ به‌ترتیب شین‌های ۱۰ و ۱۱ مشاهده‌پذیری باقی بمانند. این امر نمونه‌ای از اهمیت در نظر گرفتن همه محدودیت‌ها (هم خروج شاخه و هم خروج PMU) در لحاظ اثر خروج یک PMU یا یک شاخه در حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده برای مسئله مکان‌یابی بهینه PMUها می‌باشد.

### ۴. نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، یک روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط جدید به‌منظور یافتن تعداد و مکان بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازور در سامانه قدرت معرفی شده است. مدل ارائه شده قابلیت مشاهده‌پذیر ساختن کامل سامانه با تعداد PMUهای یکسان نسبت به روش‌های پیشین و با حداکثر میزان اندازه‌گیری افزون را داراست. در این مدل، اثر حضور اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده به‌صورت نظام‌یافته لحاظ شده است. علاوه بر این، می‌توان اثر پیشامدهایی چون خروج یک PMU، خروج یک شاخه و نیز خروج یک PMU یا یک شاخه را در این مدل اعمال نمود تا اطمینان از مشاهده‌پذیری سامانه تحت شرایط مختلف بهبود یابد. در انتها، مدل ارائه شده بر روی سه سامانه آزمایشی IEEE و نیز سامانه ۴۰ شینه توسعه‌ای آذربایجان آزمایش شد و کارایی آن در جنبه‌های مختلف اثبات گردید.

### ۵. فهرست علائم

#### مجموعه‌ها

مجموعه شین‌ها	$SB$
مجموعه سطرهای ماتریس تبدیل	$SP$
مجموعه شاخه‌های معتبر برای پیشامد مخرب خروج شاخه	$SL$
مجموعه شاخه‌های معتبری که با اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده مرتبط نمی‌باشند	$SNPL$
مجموعه شاخه‌های معتبری که با اندازه‌گیرهای از پیش نصب‌شده مرتبط می‌باشند	$SPL$



- [11] <http://www.pserc.cornell.edu/matpower>.
- [12] Tarafdar Haque, M.; Mahaie, S. M. "Optimal Placement of PMU in under developed Azarbaijan Network"; 25<sup>th</sup> Int. Power Sys. Conf., 2010.
- [13] GAMS (General Algebraic Modeling System) software package, [www.gams.com](http://www.gams.com).
- [8] Aminifar, F.; Khodaei, A.; Fotuhi-Firuzabad, M.; Shahidehpour, M. "Contingency-Constrained PMU Placement in Power Networks"; IEEE Transactions on Power Systems 2010, 25, 516–523.
- [9] London, J. B. A.; Piereti, S. A. R.; Bretas, N. G. "Redundancy and Observability Analysis of Conventional and PMU Measurements"; IEEE Transactions on Power Systems 2009, 24, 1629–1630.
- [10] Kavasseri, R.; Srinivasan, S. K. "Joint Placement of Phasor and Power Flow Measurements for Observability of Power Systems"; IEEE Transactions on Power Systems 2011, 26, 1929–1936.